Ficha de Trabalho nº 8 – Apoio

Novembro 2010

Nome: ____ N.º: ____ Turma: ___

9.º Ano

1. Considera os seguintes conjuntos de números reais: $A = \left]\sqrt{2}, \sqrt{3}\right[$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1,415\}$.

1.1. Determina $A \cup B$ e $A \cap B$. **1.2.** Qual é o menor número inteiro que pertence a $A \cup B$?

1.3. Indica um número irracional que pertença a A.

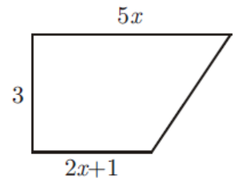
1.4. Escreve um valor aproximado de $\sqrt{3} - \sqrt{2}$, por defeito, com erro inferior a 0,001.

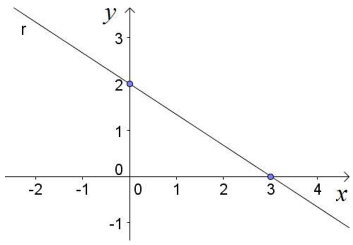
2. Resolve as seguintes inequações e apresenta o conjunto-solução sob a forma de intervalo de números reais:

2.1. $1 - \frac{x+1}{3} < \frac{x}{2}$ **2.2.** $\frac{x+7}{4} - 1 < 2x - \frac{3-x}{2}$ **2.3.** $\frac{x+7}{10} - \frac{x-4}{5} > \frac{2(x-1)}{15}$.

3. Na figura, ao lado, está representado um trapézio rectângulo.
Determina x de modo que a área do trapézio seja menor ou igual do que $29\,cm^2$.

Apresenta a solução na forma de um intervalo de números reais.





4. A expressão analítica da recta r representada no referencial à esquerda é:

(A) $y = -3x + 2$ **(B)** $y = -\frac{2x}{3} + 2$

(C) $y = 3x - 2$ **(D)** $y = \frac{2x}{3} - 2$

5. Considera o seguinte sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. $\begin{cases} a - 2b = 4 \\ 2a - b = 2b \end{cases}$
Qual dos seguintes pares ordenados, (a, b), é solução do sistema?

(A) $(8, 12)$ **(B)** $(-12, 8)$ **(C)** $(-12, -8)$ **(D)** $(-8, 12)$

6. Resolve cada um dos seguintes sistemas de equações, classifica-o e indica o conjunto-solução.

6.1. $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x = y - 5 \end{cases}$ **6.2.** $\begin{cases} a = 3(a+b) \\ 1 - 2(a - 2b) = 0 \end{cases}$ **6.3.** $\begin{cases} 3x - \frac{3y}{2} = 1 \\ 2 = -2x + y \end{cases}$ **6.4.** $\begin{cases} -a = \frac{b-a}{3} \\ b = -2a \end{cases}$ **6.5.** $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{2x-y}{6} = \frac{1}{2} \\ -3\left(\frac{x}{6} - y\right) = 0 \end{cases}$

7. Resolve cada um dos seguintes sistemas de equações pelo método gráfico e indica o conjunto-solução.

7.1. $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$ **7.2.** $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y - 2x - 1 = 0 \end{cases}$ **7.3.** $\begin{cases} x - y = 0 \\ \frac{x+y}{2} = -1 \end{cases}$ **7.4.** $\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ x = y + 3 \end{cases}$

8. Considera o problema: "Uma viagem de comboio entre duas localidades A e B custa 39 € em 1ª classe e 27 € em 2ª classe. Sabe-se que, para o primeiro comboio da manhã, na estação da localidade A, foram vendidos 86 bilhetes para a localidade B, donde resultou um total de 2466 €. Quantos bilhetes de cada tipo foram vendidos?"

8.1. Identifica qual dos seguintes sistemas traduz o problema e indica o que representa cada uma das incógnitas:

(A) $\begin{cases} x + y = 86 \\ 86(y - x) = 2466 \end{cases}$ **(B)** $\begin{cases} y - x = 86 \\ 39x + 27y = 2466 \end{cases}$ **(C)** $\begin{cases} x + y = 86 \\ 39x + 27y = 2466 \end{cases}$ **(D)** $\begin{cases} x + y = 2466 \\ 27x + 39y = 86 \end{cases}$

8.2. Resolve o sistema identificado anteriormente e apresenta a resposta ao problema.

9. A Raquel tem no mealheiro 17 moedas, umas de 50 cêntimos e as restantes de 2 euros. Sabendo que há 16 € no mealheiro, quantas são as moedas de cada tipo?

Bom Trabalho

Soluções:

1.1. $A \cup B = \left]\sqrt{2};+\infty\right[$, $A \cap B = \left[1{,}415\,;\sqrt{3}\right[$; **1.2.** 2; **1.3.** por exemplo $\sqrt{2}+0{,}1$ ou $\sqrt{2{,}3}$; **1. 4.** $0{,}317$

2.1. $1-\dfrac{x+1}{3}<\dfrac{x}{2} \Leftrightarrow 6-2x-2<3x \Leftrightarrow -5x<-4 \Leftrightarrow x>\dfrac{4}{5}$ logo $S=\left]\dfrac{4}{5},+\infty\right[$.

2.2. $\dfrac{x+7}{4}-1<2x-\dfrac{3-x}{2} \Leftrightarrow x+7-4<8x-6+2x \Leftrightarrow -9x<-9 \Leftrightarrow x>1$, logo $S=\left]1,+\infty\right[$.

2.3. $\dfrac{x+7}{10}-\dfrac{x-4}{5}>\dfrac{2(x-1)}{15} \Leftrightarrow \underset{(3)}{\dfrac{x+7}{10}}-\underset{(6)}{\dfrac{x}{5}}+\underset{(6)}{\dfrac{4}{5}}>\underset{(2)}{\dfrac{2x-2}{15}} \Leftrightarrow 3x+21-6x+24>4x-4 \Leftrightarrow -7x>-49$

$\Leftrightarrow x<7$, logo $S=\left]-\infty,7\right[$.

3. Tendo em conta que $A_{Trapézio}=\dfrac{(2x+1+5x)}{2}\times 3=\dfrac{7x+1}{2}\times 3=\dfrac{21x+3}{2}$, temos $A_{Trapézio}\le 29 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{21x+3}{2}\le \underset{(2)}{29} \Leftrightarrow 21x+3\le 58 \Leftrightarrow 21x\le 55 \Leftrightarrow x\le\dfrac{55}{21}$, logo $S=\left]0,\dfrac{55}{21}\right]$ uma vez que x não pode assumir valores inferiores ou iguais a zero (o comprimento da base maior tem de ser maior do que zero).

4. Como a recta passa nos pontos de coordenadas $(0,2)$ e $(3,0)$ vamos determinar as coordenadas dos pontos cujas abcissas são 0 e 3, para ver qual das opções é a correcta.

x	$y=-3x+2$	(x,y)
0	$-3\times 0+2=2$	$(0,2)$ V
3	$-3\times 3+2=-7$	$(3,-7)$ X

x	$y=-\dfrac{2x}{3}+2$	(x,y)
0	$-\dfrac{2}{3}\times 0+2=2$	$(0,2)$ V
3	$-\dfrac{2}{3}\times 3+2=0$	$(3,0)$ V

x	$y=3x-2$	(x,y)
0	$3\times 0-2=-2$	$(0,-2)$ X
3	$3\times 3-2=7$	$(3,7)$ X

x	$y=\dfrac{2x}{3}-2$	(x,y)
0	$\dfrac{2}{3}\times 0-2=-2$	$(0,-2)$ X
3	$\dfrac{2}{3}\times 3-2=0$	$(3,0)$ V

Logo a opção correcta é a **(B).**

<u>**Ou**</u> como a recta representada tem declive negativo, logo as opções (C) e (D) são excluídas. As opções (A) e (B) têm a mesma ordenada na origem. O ponto (3,0) é ponto da recta e não pertence à recta cuja equação é apresentada na opção (A), logo a opção correcta é a **(B)**.

5. (C)

6.1. $(x,y)=(8,13)$ é a solução do sistema ou $S=\{(8,13)\}$. Sistema possível e determinado.

6.2. $\begin{cases}-2a-3b=0\\-2a+4b=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=-3b\\ \underline{\qquad}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-\dfrac{3b}{2}\\ -2\times\left(-\dfrac{3b}{2}\right)+4b=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\underline{\qquad}\\ \dfrac{6b}{2}+4b=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\underline{\qquad}\\ 3b+4b=-1\end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ 7b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{3}{2}\times\left(-\dfrac{1}{7}\right) \\ b=-\dfrac{1}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{3}{14} \\ b=-\dfrac{1}{7} \end{cases}$$

, logo $(a,b)=\left(\dfrac{3}{14},-\dfrac{1}{7}\right)$ é a solução dos sistema. Sistema possível e determinado.

6.3. $\begin{cases} 6x-3y=2 \\ -2x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=2 \\ -2x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y=2-2x \\ 2x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2+2x \\ 2x-(-2+2x)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ 2x+2-2x=-2 \end{cases}$

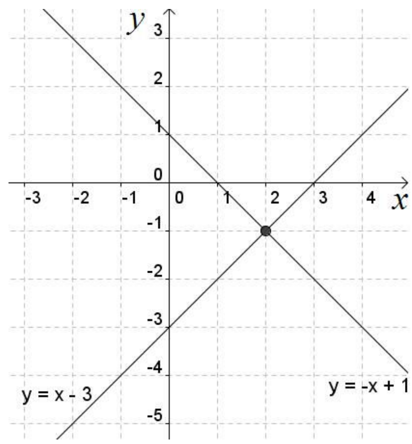
$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ 0x=-4 \end{cases}$. A equação $0x=-4$ é impossível, logo o sistema é impossível (não tem solução).

6.4. $\begin{cases} -2a=b \\ b=-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a=-2a \\ b=-2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0a=0 \\ \text{——} \end{cases}$. A equação $0a=0$ é possível e indeterminada, logo o sistema possível e indeterminado (tem infinitas soluções).

6.5.. $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{2x-y}{6}=\dfrac{1}{2} \\ -3\left(\dfrac{x}{6}-y\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underset{(2)}{\dfrac{x}{3}}-\dfrac{2x}{6}+\dfrac{y}{6}=\underset{(3)}{\dfrac{1}{2}} \\ -\dfrac{3x}{6}+\underset{(6)}{3y}=\underset{(6)}{0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2x+y=3 \\ -3x+18y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ -3x+18\times 3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ -3x=-54 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ x=\dfrac{-54}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=18 \end{cases}$, logo $(x,y)=(18,3)$ é a solução do sistema ou $S=\{(18,3)\}$. Sistema possível e determinado.

7.1.

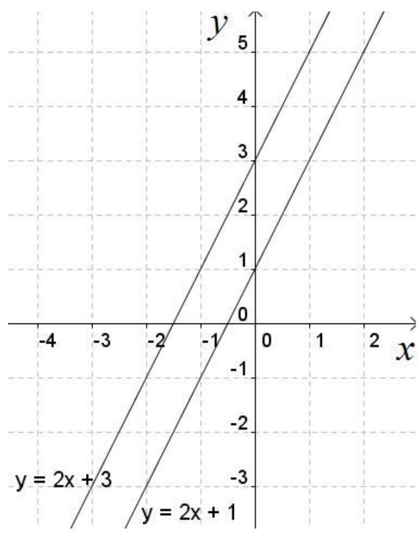


x	$y=x+3$	(x,y)
-1	2	$(-1,2)$
1	4	$(1,4)$

x	$y=-x+1$	(x,y)
-1	2	$(-1,2)$
1	0	$(1,0)$

Logo $(x,y)=(-1,2)$ é a solução do sistema.

7.2.



x	$y=2x+3$	(x,y)
0	3	$(0,3)$
1	5	$(1,5)$

x	$y=2x+1$	(x,y)
0	1	$(0,1)$
1	3	$(1,3)$

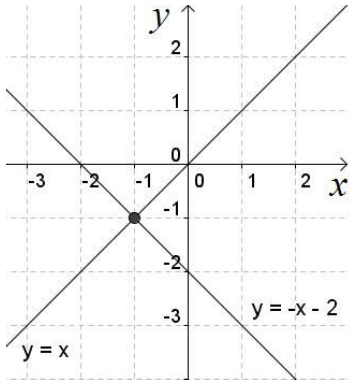
Logo o sistema é impossível (as duas rectas são estritamente paralelas).

Ou como as rectas $y=2x+1$ e $y=2x+3$ têm o mesmo declive (2) concluímos que são estritamente paralelas, logo o sistema não tem solução.

7.3.

x	$y=x$	(x,y)
-1	-1	$(-1,-1)$
1	1	$(1,1)$

x	$y=-x-2$	(x,y)
-1	-1	$(-1,-1)$
1	-3	$(1,3)$

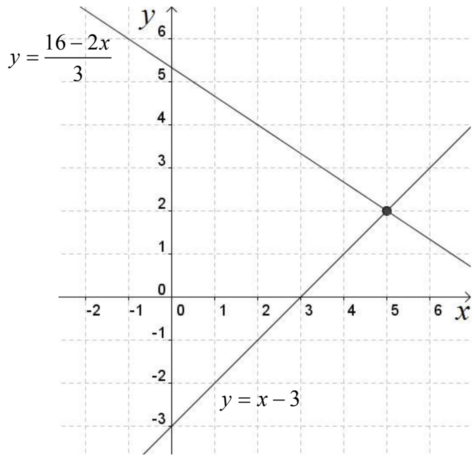


Logo o par ordenado $(x,y)=(-1\ ,-1)$ é a solução do sistema.

7.4.

x	$y=\dfrac{16-2x}{3}$	(x,y)
2	4	$(2,\,4)$
5	2	$(5,2)$

x	$y=x-3$	(x,y)
-1	-4	$(-1,-4)$
1	-2	$(1,-2)$



Logo o par ordenado $(x,y)=(5,2)$ é a solução do sistema

8.1. (C); x – n.º de bilhetes vendidos de 1.ª classe; y – n.º de bilhetes vendidos de 2.ª classe.

8.2. Venderam-se 12 bilhetes de 1.ª classe e 74 de 2.ª classe.

9. x – n.º de moedas de 0,50€ ; y – n.º de moedas de 2€

Um sistema que nos permite resolver este problema é $\begin{cases} x+y=17 \\ 0{,}50x+2y=16 \end{cases}$.

Resolvendo o sistema obtemos como solução o par ordenado $(x,y)=(12{,}5)$, logo a **Raquel tem no mealheiro 12 moedas de 50 cêntimos e 5 de 2 euros.**