SOLUÇÕES

1.1. A Leonor tem 2434 peças. Nota: $\overline{x}=2500 \Leftrightarrow \frac{2346+3120+2100+x}{4}=2500 \Leftrightarrow x=2434$.

1.2. $300\times 2100=630000=6,3\times 10^5$

1.3.1. A altura do tampo da cadeira é de 75 cm.

1.3.2. $75+2N=120 \Leftrightarrow N=22,5$. Não é possível pois N representa o número de peças de Lego colocadas, tendo este de ser um número inteiro.

2.1. $A_{[AEDBC]}=A_{[AED]}+A_{[ADBC]}=\frac{4\times 2}{2}+\frac{4+2}{2}\times 1=4+3=7$

2.2.1. $A_{[AEDBC]}=A_{[AED]}+A_{[ADBC]}=\frac{2r\times r}{2}+\frac{2r+r}{2}\times\frac{r}{2}=r^2+\frac{3r^2}{4}=\frac{7}{4}r^2$

2.2.2. $A_{Tracejado}=\frac{A_{Círculo\,Grande}}{4}-\left(\frac{A_{[ADBC]}}{2}+\frac{A_{CírculoPequeno}}{4}\right)=\frac{16\pi}{4}-\left(\frac{8+4}{2}\times 2+\frac{4\pi}{4}\right)=4\pi-6-\pi=3\pi-6=3(\pi-2)$

3. (C)

4.1. x – número de peças que vão constituir as arestas; y – número de peças que vão constituir os vértices (esferas)

Um sistema que traduz o enunciado do problema é: $\begin{cases} y=3x+4 \\ x+y=212 \end{cases}$.

4.2. Primeira condição: número de esferas é inferior a 80.

Prismas triangulares_____________6 vértices (6 esferas)
Pirâmides triangulares_____________ 4 vértices (4 esferas)
Pirâmides quadrangulares__________ 5 vértices (5 esferas)

Múltiplos de 6 = { 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, …}
Múltiplos de 4 = { 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, …}

Como faltavam duas esferas para conseguirmos utilizá-las todas na construção de pirâmides quadrangulares, o número de esferas vai ser um múltiplo de 5 com menos duas unidades:

Múltiplos de 5 = { 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, …}
Múltiplos de 5 menos duas unidades = { 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48, 53, 58, 63, 68, 73, 78, …}

Logo, a Leonor trouxe 48 esferas. Nota: $48=4\times 12$, $48=6\times 8$ e $48=5\times 10-2$.

5.1. 1.º Processo de resolução: $\overline{DH}=\frac{1}{4}\overline{DC}=2$. Os triângulos [BCD] e [GHD] são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais, logo os comprimentos dos lados correspondentes vão ser diretamente proporcionais. Deste modo estabelecendo a seguinte proporção $\frac{\overline{GH}}{12}=\frac{8}{2}$ podemos concluir que $\overline{GH}=3$.

Logo $A_{\triangle[GHD]}=\frac{2\times 3}{2}=3$.

2.º Processo de resolução: Observar a semelhança de triângulos de razão $\frac{1}{4}$ (redução). Como a razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual à razão de semelhança ao quadrado podemos afirmar que: $A_{\triangle[GHD]}=\frac{12\times 8}{2}\times\frac{1}{16}=3$

ou, mais de forma mais completa, $\frac{A_{\triangle[GHD]}}{A_{\triangle[BCD]}}=r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{\triangle[GHD]}}{48}=\left(\frac{1}{4}\right)^2 \Leftrightarrow A_{\triangle[GHD]}=\frac{1}{16}\times 48 \Leftrightarrow A_{\triangle[GHD]}=3$.

5.2. (C);

6. (B); **7.** (C); **8.** (D); **9.** $46800:6=7800=7,8\times10^3$. <u>Nota</u>: $46,8\,m=46800\,mm$. **10.** (B)

11.1. $IMC=\dfrac{54}{1,79^2}\simeq16,85\ (2\ c.d.)$. Como 16,85 < 18 a modelo não poderia participar.

11.2. $18,5\le IMC\le24,9\Leftrightarrow\dfrac{P}{1,79^2}\ge18,5\ \wedge\ \dfrac{P}{1,79^2}\le24,9\Leftrightarrow P\ge18,5\times1,79^2\ \wedge\ P\le24,9\times1,79^2$

$\Leftrightarrow P\ge59,276\ \wedge\ P\le79,782\ (3c.d.)$, ou seja, $P\in\left[59,276\ ;\ 79,782\right]$.

12.1. 35; **12.2.** (C); **12.3.1.** $\overline{AD}^2=6^2+6^2\Leftrightarrow\overline{AD}^2=72\Leftrightarrow\overline{AD}=\pm\sqrt{72}\Rightarrow\overline{AD}=\sqrt{72}$, uma vez que se trata de um comprimento (não pode ser negativo). Deste modo o diâmetro da circunferência é $\sqrt{72}$ e o raio é $\dfrac{\sqrt{72}}{2}$.

Logo: $P_{\odot}=2\pi r=2\pi\left(\dfrac{\sqrt{72}}{2}\right)=\sqrt{72}\pi$. **12.3.2.** $A_{Branca}=A_{Circulo}-A_{Quadrado}=\pi\left(\dfrac{\sqrt{72}}{2}\right)^2-36=18\pi-36$.

12.4.1. $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{EK}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IO}=\overrightarrow{GO}$; **12.4.2.** $\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{HV}=\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IW}=\overrightarrow{BW}$;

12.4.3. $\overrightarrow{IL}+\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{IL}+\overrightarrow{LK}=\overrightarrow{IK}$; **12.4.4.** $\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{PU}=\overrightarrow{DU}$.

13. (C). <u>Nota</u>: $\overline{AD}=\sqrt{A}$; $\overline{AN}=\dfrac{\sqrt{A}}{2}$; $P_{[AMNP]}=4\times\overline{AN}=4\times\dfrac{\sqrt{A}}{2}=2\sqrt{A}$.

14.1. $\overline{CP}=7$. Como os triângulos [ABC] e [CPQ] são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais podemos concluir que os comprimentos dos lados correspondentes vão ser diretamente proporcionais, ou seja, $\dfrac{6}{\overline{QP}}=\dfrac{9}{7}\Leftrightarrow\overline{QP}=\dfrac{14}{3}$. Logo: $A_{[BPQ]}=\dfrac{\frac{14}{3}\times2}{2}=\dfrac{14}{3}$. **14.2.** $\overline{QB}=\sqrt{40}$. <u>Nota</u>: Uma vez que a razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual a r^2 podemos concluir que $r=3$ ($r^2=9\Rightarrow r=3$). Logo: $\overline{CP}=\dfrac{9}{3}=3$; $\overline{QP}=\dfrac{6}{3}=2$ e $\overline{PB}=6$. Aplicando o Teorema de Pitágoras podemos concluir que: $\overline{QB}^2=\overline{QP}^2+\overline{PB}^2\Leftrightarrow\overline{QB}^2=2^2+6^2$ $\Leftrightarrow\overline{QB}^2=40\Leftrightarrow\overline{QB}=\pm\sqrt{40}\Rightarrow\overline{QB}=\sqrt{40}$, uma vez que se trata de um comprimento (não pode ser negativo).

15.1. $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2\Leftrightarrow\left(4\sqrt{2}\right)^2=a^2+a^2\Leftrightarrow32=2a^2\Leftrightarrow a^2=16\Leftrightarrow a=\pm\sqrt{16}\Leftrightarrow a=\pm4\Rightarrow a=4$, uma vez que se trata de um comprimento (não pode ser negativo). **15.2.** $V_{Sólido}=V_{Cubo}+V_{Cilindro}=64+32\pi$

<u>Nota</u>: $V_{Cubo}=a^3=4^3=64$; $V_{Cilindro}=A_b\times h=8\pi\times4=32\pi$ e $A_b=A_{\odot}=\pi\times r^2=\pi\left(2\sqrt{2}\right)^2=8\pi$.

16. (D); **17.** (A); **18.** (B);

19. 22,5 cm. <u>Nota</u>: $A_{Casa}=A_{Tabuleiro}\div64=32400\div64=506,25\ cm^2$. $l_{casa}=d_{peça}=\sqrt{506,25}=22,5\ cm$; **20.** (A)

21. $aresta=\sqrt[3]{1331}=11\ cm$.

Comprimento da fita sem o laço $=6\times22=132\ cm$ (o cubo tem 6 faces e em cada face a fita passa duas vezes);
Comprimento da fita com o laço $=132+40=172\ cm=1,72\ m$. Logo, 1,5m de fita não chega para fazer o embrulho.

22.1. $l_{Mesa}=\sqrt{16900}=130\ cm$, $l_{Toalha}=130+15+15=160\ cm$, $A_{Toalha}=160\times160=25600\ cm^2$. A toalha tem 25600 cm^2 de área.

22.2. $comprimento\ da\ renda=160+160+150+150=620\,cm=6,2\,m$. Foram necessários 6,2 metros de renda.

<u>Nota:</u> para conseguires compreender melhor a resolução das duas alíneas do ex. 22 faz um desenho/esboço que ilustre o problema.