Escola Básica de Ribeirão (Sede)

Ficha de Trabalho – Preparação Exame I

9.º Ano
Maio 2012
2011/2012

SOLUÇÕES

1. (A)

2. $k=-12$. Nota: $\left(\frac{1}{27}\right)^4=\left(3^{-3}\right)^4=3^{-12}$

3.1. $p=\frac{9}{25}$ **3.2.** $\overline{x}=\frac{58}{25}=2,32$ **3.3.** Cada um dos alunos novos tinha 3 ou 4 televisores.

4. $S=\left]-\infty;-\frac{7}{16}\right]$. Nota: $(\ldots)\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^2+3x-3-\frac{x}{3}+\frac{2}{3}\geq 8x-\frac{3}{4}x^2\Leftrightarrow(\ldots)\Leftrightarrow x\leq-\frac{7}{16}$

5. $A_{[BCI]}=\frac{8\times 4}{2}=16$.

<u>O comprimento da *base*</u> é igual à abcissa do ponto I que tem ordenada 2, então: $2=6-0,5x\Leftrightarrow x=8$

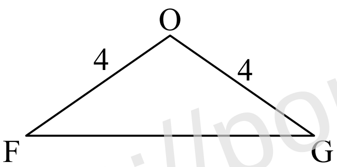
<u>O comprimento da *altura*</u> é igual à diferença entre a ordenada do ponto B e a ordenada do ponto C :

Ordenada do ponto B: $y=6-0,5\times 0=6$

Ordenada do ponto C: $y=2$ $altura=6-2=4$

6.1. $P_{círculo}=8\pi$. Nota: $P_{círculo}=2\pi r$; $r=\frac{lado\ do\ quadrado}{2}=\frac{\sqrt{64}}{2}=4$

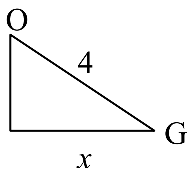
6.2. Decompor o triângulo [EFG] em três triângulos isósceles geometricamente iguais e considerar um deles.



$F\hat{O}G=120°\left(360°\div 3=120°\right)$

$O\hat{F}G=F\hat{G}O=30°\left(180°-120°=60°\ ;\ 60°\div 2=30°\right)$

Traçar a altura relativa a [FG] obtendo dois triângulos retângulos e considerar um deles.



Determinar x :

$\cos 30^0=\frac{x}{4}\Leftrightarrow x=4\cos 30^0$

$\overline{FG}=2\times 4\cos 30^0=8\cos 30^0$ $P_{[EFG]}=3\times 8\cos 30^0=24\cos 30^0\approx 20,8$

7. $-\sqrt{9,5}$ (por exemplo). Nota: $-3=-\sqrt{9}$; $-\sqrt{10}<-\pi$

8. $(x;y)=(0;-1)$. Nota: a forma canónica deste sistema é $\begin{cases}-12x-3y=3\\-3x+2y=-2\end{cases}$.

9.1. $1,7\,km$. Nota: $D=1700-200\times 0=1700\,m$ **9.2.** 8 minutos e 30 segundos. Nota: $t=\frac{1700}{200}=8,5\min$

10.1. A expressão do termo geral é n^2+2n+3.

Nota: Sequência das bolas pretas: $2n+3$; sequência das bolas brancas: n^2

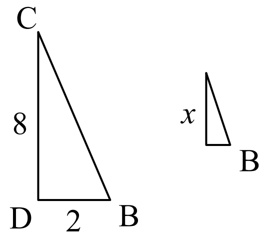
10.2. Tem 41 bolas pretas. Nota: $n^2+2n+3=402\Leftrightarrow n=19\ \vee\ n=-21$, mas só interessa a solução positiva pois n é um número natural. Número de bolas pretas $=2\times 19+3=41$.

11. (B); **12.** $k \in \left]-\infty; -\frac{1}{20}\right[$. <u>Nota:</u> $5x^2 + x = k \Leftrightarrow 5x^2 + x - k = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+20k}}{10}$

A equação não tem soluções reais se $1 + 20k < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{1}{20}$

13. $p = \frac{4}{7}$; **14.** (B); **15.** $S = \{-4; 2\}$. <u>Nota</u>: a canónica desta equação é $-2x^2 - 4x + 16 = 0$.

16. $\{-3, -2, -1, 0, 1\}$



17.1. O lado do quadrado e mede aproximadamente 2,7 cm.

<u>Nota</u>: Considera os triângulos ao lado.

Os triângulos são semelhantes porque têm dois ângulos congruentes (geometricamente iguais), o ângulo reto e o de vértice em B.

Considerando uma redução, $r = \frac{x}{8}$, concluímos que o comprimento da base do triângulo reduzido é $2 \times \frac{x}{8} = \frac{x}{4}$.

$\overline{AB} = \frac{x}{4} + \frac{x}{4} + x$, e como tal, $\frac{x}{4} + \frac{x}{4} + x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3} \Leftrightarrow x \simeq 2,7\,cm$.

17.2. 76º. <u>Nota</u>: Seja α a amplitude do ângulo ABC, $tg\alpha = \frac{8}{2} \Leftrightarrow \alpha = tg^{-1}(4) \Leftrightarrow \alpha \approx 76°$.

18.1. Concorrentes não perpendiculares; por exemplo AB; concorrentes não perpendiculares; por exemplo PQR.

18.2. $V_{prisma} = 288$. <u>Nota</u>: [EFGH] é semelhante a [PQRO] cuja área é igual a 144. A <u>razão entre as áreas</u> é igual a 9 e a <u>razão de semelhança</u> é 3, então a altura da pirâmide [EFGHV] é igual a 27 : 3 = 9.

Logo, a altura do prisma é igual a 27 – 9 = 18 e o volume é igual a 16 x 18 = 288.

19.1. Paga 186 cêntimos = 1,86 euros . <u>Nota</u>: Meia hora = 30 minutos. Paga 12 cêntimos pelo 1.º minuto e 174 cêntimos pelos outros 29 minutos, dado que 29 minutos = 1740 segundos e 0,1 x 1740 = 174 cêntimos. **19.2.** (D).

20. Estavam ocupados 6 quartos Twin. <u>Nota</u>: Seja x, o número de quartos Single e y, o número de quartos Twin.

Um sistema que permite resolver este problema é: $\begin{cases} x + y = 52 \\ x + 2y = 58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 46 \\ y = 6 \end{cases}$.

21. $p = \frac{2}{7}$. <u>Nota</u>: O número de casos possíveis é 7. Um número é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos der um múltiplo de 3, logo, para isso acontecer, o último algarismo só pode ser o 6 (2 casos favoráveis).

22. h varia entre 2,5 e 4,7 metros. <u>Nota</u>: Quando $\alpha = 30°$, temos que $sen\,30° = \frac{h}{5} \Leftrightarrow h = 2,5$. Quando $\alpha = 70°$ temos que $sen70° = \frac{h}{5} \Leftrightarrow h \approx 4,70$.

23.1. O triângulo é retângulo porque o ângulo ACB é inscrito numa semicircunferência, logo é reto.

23.2.1. $A\widehat{C} = A\hat{O}C = 40°,\ C\hat{A}B = 90° - 20° = 70°,\ A\hat{C}O = 180° - 70° - 40° = 70°$

23.2.2. $40°$ ou $-320°$.

23.2.3. $A_{sombreada} = A_{\odot} - A_{\triangle} = 36\pi - \frac{4,10 \times 11,28}{2} \approx 23,1$.

<u>Nota</u>: $A_{\odot} = 36\pi \Leftrightarrow \pi r^2 = 36\pi \Leftrightarrow r^2 = 36 \Leftrightarrow r = \pm\sqrt{36} \Rightarrow r = 6$ (porque se trata de um comprimento);

$\overline{AB} = 12,\ sen\,20° = \frac{\overline{CA}}{12} \Leftrightarrow \overline{CA} = 12sen\,20° \Leftrightarrow \overline{CA} \simeq 4,10$; $\cos 20° = \frac{\overline{CB}}{12} \Leftrightarrow \overline{CB} = 12\cos 20° \Leftrightarrow \overline{CB} \simeq 11,28$

24. (D)

25. Seja a a altura de um dos cones, então a altura do outro cone é $h-a$.

$$V_{cone}+V_{outro\ \ cone}=\frac{\pi r^2\times a}{3}+\frac{\pi r^2\times(h-a)}{3}=\frac{\pi r^2 a}{3}+\frac{\pi r^2 h}{3}-\frac{\pi r^2 a}{3}=\frac{\pi r^2 h}{3}$$

26.1. $A_{sombreada}=A_{[GFHJ]}+2\times A_{[BEF]}=x(8-2x)+2\times\left(\frac{(12-x)x}{2}\right)=8x-2x^2+12x-x^2=-3x^2+20x$

26.2. $-3x^2+20x=17\Leftrightarrow(\ldots)\Leftrightarrow x=\frac{17}{3}\vee x=1$. No entanto, tendo em conta que $\overline{BC}=8$, x não pode ser igual $\frac{17}{3}$ porque $\overline{EF}+\overline{HI}=\frac{17}{3}+\frac{17}{3}=\frac{34}{3}>8$ que é o valor de $\overline{BC}$. Logo $x=1$ é a única solução deste problema.

27. (C)

28. $p(obter\ 6\ pontos)=\frac{4}{64}=\frac{1}{16}$. Nota: Elabora uma tabela de dupla entrada.

29. (D)