

Compilação de Exercícios de Exames Nacionais (EN) e de Testes Intermédios (TI)

**Tema: Espaço – Outra Visão**



1. Uma tenda de circo (figura 1) está montada sobre uma armação. A figura 2 representa uma parte dessa armação.

Os pontos  $A, B, C$  e  $D$  são alguns dos vértices de um polígono regular, contido no plano do chão da tenda.

Os ferros representados pelos segmentos de reta  $[EA], [FB], [GC]$  e  $[HD]$  têm todos o mesmo comprimento e estão colocados perpendicularmente ao chão.

O mastro representado pelo segmento de recta  $[IJ]$  também está colocado perpendicularmente ao chão. O ponto  $K$  pertence a esse segmento de recta.

Utilizando as letras da figura 2, indica:

- 1.1. uma reta paralela ao plano  $ABF$ .
- 1.2. um plano **não perpendicular** ao chão.

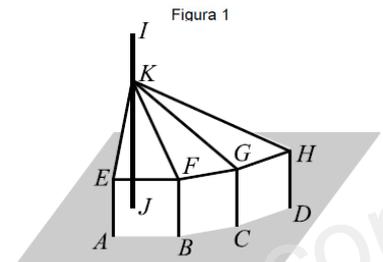


Figura 2

(EN 2005 – 1.ª Chamada)

2. Arrumaram-se três esferas iguais dentro de uma caixa cilíndrica (figura 1). Como se pode observar no esquema (figura 2):

- a altura da caixa é igual ao triplo do diâmetro de uma esfera;
- o raio da base do cilindro é igual ao raio de uma esfera.

Mostra que:

*O volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.*

(Nota: designa por  $r$  o raio de uma esfera.)

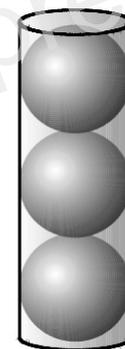


Figura 1

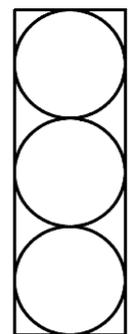


Figura 2

(EN 2005 – 1.ª Chamada)

3. Na fotografia (figura A), podes observar um dos vulcões de água da Alameda dos Oceanos, no Parque das Nações, em Lisboa. Estes vulcões expelem, periodicamente, jatos de água.

Na figura B, está representado um cone de revolução. A parte sombreada desta figura é um esquema do sólido que serviu de base à construção do vulcão de água.

As medidas de comprimento indicadas estão expressas em metros.

$1,8\text{ m}$  e  $0,6\text{ m}$  são os comprimentos dos raios das duas circunferências.

A altura do cone é  $6\text{ m}$ .



Figura A

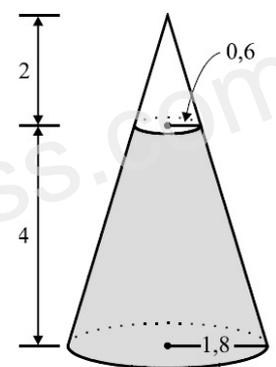


Figura B

Determina, em metros cúbicos, o volume do sólido representado no esquema a sombreado. (Se a tua calculadora não possui a tecla  $\pi$ , utiliza o valor aproximado  $3,14$ .)

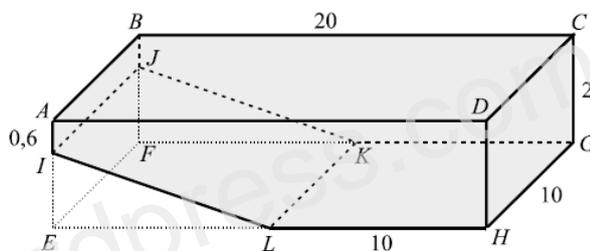
Indica o resultado arredondado às unidades e apresenta todos os cálculos que efetuares. Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva duas casas decimais.

(EN 2006 – 1.ª Chamada)

4. Na figura, está representado um esquema da piscina da casa do Roberto, esquema que não está desenhado à escala.

No esquema:

- as medidas estão expressas em metros;
- $[ABCDEFGH]$  é um paralelepípedo retângulo;
- $[IJKL]$  é uma rampa retangular que se inicia a 0,6 m de profundidade da piscina e termina na sua zona mais funda.



4.1. Utilizando as letras da figura, indica dois planos concorrentes.

4.2. Quantos litros de água serão necessários para encher **totalmente** a piscina?

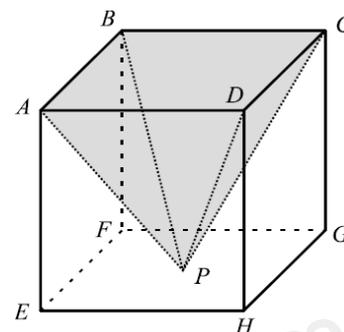
Apresenta todos os cálculos que efetuares. (Nota:  $1 m^3 = 1000 \text{ litros}$ )

(EN 2006 – 2.ª Chamada)

5. Na figura, podes ver um cubo e, sombreada a cinzento, uma pirâmide quadrangular regular.

A base da pirâmide coincide com a face  $[ABCD]$  do cubo.

O vértice  $P$  da pirâmide pertence à face  $[EFGH]$  do cubo.



5.1. Utilizando as letras da figura, indica **uma reta** que seja coplanar com a reta  $AC$  e perpendicular a esta reta.

5.2. Se a pirâmide da figura tivesse  $9 \text{ cm}^3$  de volume, qual seria o comprimento da aresta do cubo?

Apresenta todos os cálculos que efetuares e, na tua resposta, indica a unidade de medida.

(EN 2007 – 1.ª Chamada)

6. Na figura ao lado, estão representados um quadrado  $[ABCD]$  e

quatro triângulos geometricamente iguais.

Em cada um destes triângulos:

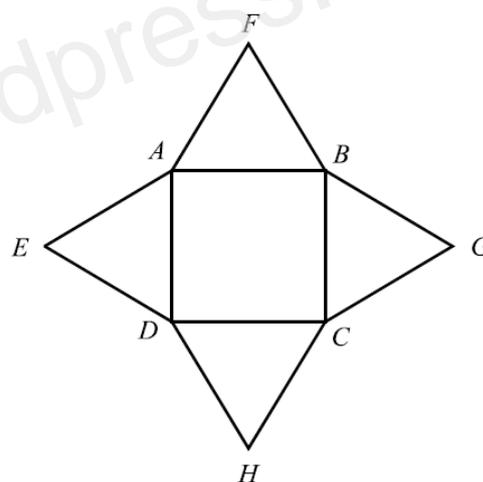
- um dos lados é também lado do quadrado;
- os outros dois lados são geometricamente iguais.

6.1. Quantos eixos de simetria tem esta figura?

6.2. A figura anterior é uma planificação de um sólido.

Relativamente ao triângulo  $[ABF]$ , sabe-se que:

- a altura relativa à base  $[AB]$  é 5;
- $\overline{AB} = 6$ .



Qual é a **altura desse sólido**?

Começa por fazer um esboço do sólido, **a lápis**, e nele desenha o segmento de reta correspondente à sua altura. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

(EN 2007 – 2.ª Chamada)

7. Na praia do parque de campismo existem barracas como as da fotografia ao lado.

Ao lado da fotografia está um esquema da estrutura de uma dessas barracas.

No esquema:

- $[ABCDEFGH]$  é um prisma quadrangular regular;
- $[EFGHI]$  é uma pirâmide quadrangular regular;
- $[IK]$  é a altura da pirâmide  $[EFGHI]$ ;
- $[IJ]$  é uma altura do triângulo  $[EFI]$ .

As medidas de comprimento indicadas estão expressas em metro (m).

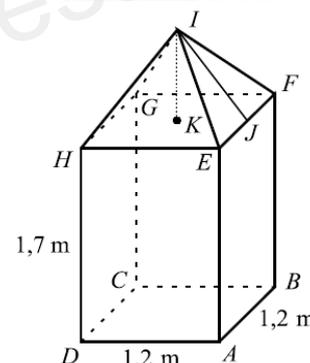
7.1. Qual das seguintes retas é paralela ao plano  $ADH$ ?

- (A)  $AB$       (B)  $IE$       (C)  $BF$       (D)  $EG$

7.2. Sabe-se que  $\overline{IJ} = 1 \text{ m}$ .

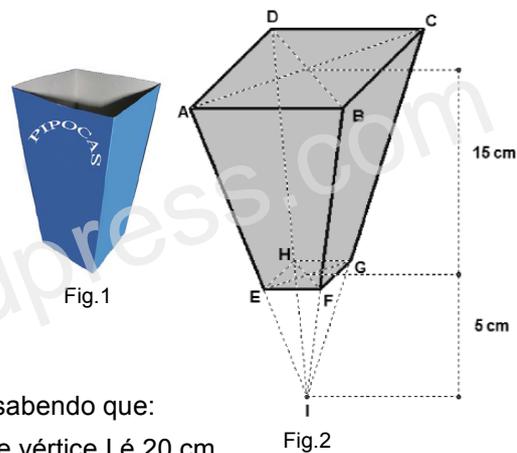
De acordo com o esquema, determina o volume da barraca de praia.

Apresenta todos os cálculos que efetuares e, na tua resposta, indica a unidade de volume.



(TI 9Ano – Maio 2008)

8. Na **figura 1**, podes observar um pacote de pipocas cujo modelo geométrico é um tronco de pirâmide, de bases quadradas e paralelas, representado a sombreado na **figura 2**.



A pirâmide de base [ABCD] e vértice I, da Figura 2, é quadrangular regular.

8.1. Em relação à **figura 2**, qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

- (A) A reta DH é paralela ao plano que contém a face [ABFE].
- (B) A reta CG é oblíqua ao plano que contém a face [ABFE].
- (C) A reta CB é perpendicular ao plano que contém a face [ABFE].
- (D) A reta HG é concorrente com o plano que contém a face [ABFE].

8.2. Determina o volume do tronco de pirâmide representado na **figura 2**, sabendo que:

$\overline{AB} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{EF} = 3 \text{ cm}$  e que a altura da pirâmide de base [ABCD] e vértice I é 20 cm.

Apresenta todos os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve a unidade de medida.

**(EN 2008 – 1.ª Chamada)**

9. Na figura 1, podes observar uma rampa de pedra, cujo modelo geométrico é um prisma em que as faces laterais são retângulos e as bases são triângulos retângulos; esse prisma encontra-se representado na figura 2.

Sabe-se que, neste prisma de bases triangulares:  $\overline{AB} = 300 \text{ cm}$ ;  $\overline{BC} = 250 \text{ cm}$  e  $\overline{BE} = 42 \text{ cm}$ .

Apresenta os cálculos que efetuares.



Fig. 1

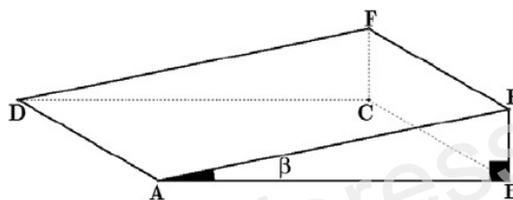


Fig. 2

9.1. Em relação à figura 2, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) O plano que contém a face [ABE] é perpendicular ao plano que contém a face [AEFD].
- (B) O plano que contém a face [ABE] é paralelo ao plano que contém a face [AEFD].
- (C) O plano que contém a face [ABE] é oblíquo ao plano que contém a face [AEFD].
- (D) O plano que contém a face [ABE] é coincidente com o plano que contém a face [AEFD].

9.2. Calcula a amplitude, em graus, do ângulo  $\beta$ .

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.

9.3. Determina o volume do prisma representado na figura 2.

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve a unidade de medida.

**(EN 2008 – 2.ª Chamada)**

10. No jardim do clube desportivo *Os Medalhados*, existem duas balizas como a representada na figura 6.

A figura 7 representa um esquema da baliza da figura 6. Os triângulos [ABC] e [DEF] são retângulos em A e em D, respetivamente. [BEFC] é um retângulo.

**Nota: a figura 7 não está desenhada à escala.**



10.1. Qual é a posição relativa entre o poste da baliza representada na figura 7 pelo segmento [AC] e o plano que contém a parte lateral representada na figura 7 pelo triângulo [DEF] ?

- (A) Concorrente oblíqua.
- (B) Estritamente paralela.
- (C) Concorrente perpendicular.
- (D) Contida no plano.

10.2. Sabe-se que:  $\overline{AB} = 120 \text{ cm}$ ,  $\overline{BE} = 180 \text{ cm}$  e  $\overline{AC} = 160 \text{ cm}$ .

Determina a área do retângulo [BEFC] do esquema da baliza representada na figura 7.

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve a unidade de medida.

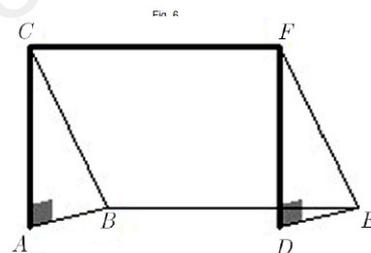


Fig.7

**(TI 9Ano – Fevereiro 2009)**

11. Na figura 6 está representado um esquema da piscina que a mãe da Marta comprou para colocar no jardim. A figura 7 representa um esquema da base da piscina.

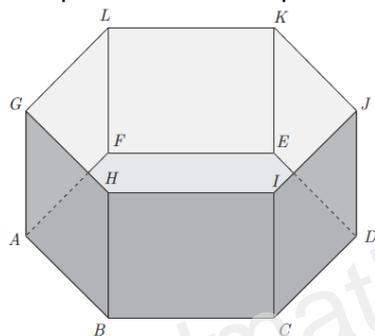


Fig. 6

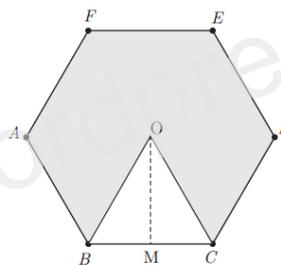


Fig. 7

Na figura 6,  $[ABCDEF GHIJKL]$  é um prisma regular e  $\overline{BH} = 1,5 \text{ m}$ .

Na figura 7,  $[ABCDEF]$  é um hexágono,  $\overline{BC} = 2 \text{ m}$  e  $\overline{OM} = \sqrt{3} \text{ m}$ .

Calcula, em metros cúbicos, a capacidade da piscina.

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.

**Nota:** Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva três casas decimais.

**(TI 9Ano – Maio 2009)**

12. A figura 5 é a imagem de um monumento situado no centro de uma cidade. Todos os blocos desse monumento resultam de um corte de um prisma quadrangular reto. A figura 6 representa o modelo geométrico de um dos blocos do mesmo monumento.



Fig. 5

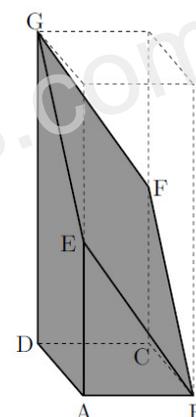


Fig. 6

12.1. Em relação à figura 6, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

Assinala a alternativa correta.

- (A) A reta EG é paralela ao plano que contém a face  $[ABCD]$ .
- (B) A reta EG é perpendicular ao plano que contém a face  $[ABCD]$ .
- (C) A reta FB é paralela ao plano que contém a face  $[ADGE]$ .
- (D) A reta FB é perpendicular ao plano que contém a face  $[ADGE]$ .

12.2. Na figura 6, sabe-se que  $\overline{AB} = 2 \text{ m}$  e que  $\widehat{AEB} = 35^\circ$ .

Qual é, em metros, a medida do comprimento de  $[EB]$ ?

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.

12.3. No sólido representado na figura 7, sabe-se que  $[ABCDEFGH]$  é um prisma quadrangular reto, e que  $\overline{DA} = \overline{DC} = 2 \text{ m}$  e  $\overline{DH} = 5 \text{ m}$ .

Qual é, em metros cúbicos, o volume da pirâmide triangular sombreada?

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.

**(EN 2009 – 1.ª Chamada)**

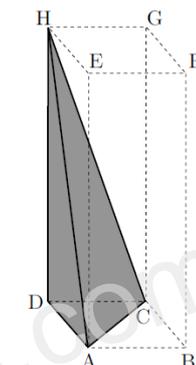


Fig. 7

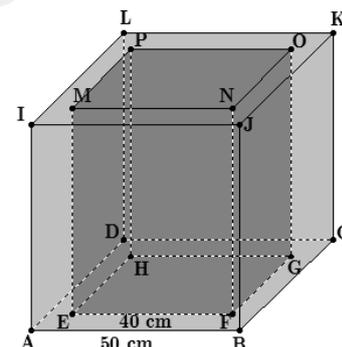
13. A família Coelho vai mandar fazer floreiras em cimento. A figura ao lado é um esquema dessas floreiras: a região mais clara é a parte de cimento, e a mais escura é a cavidade que vai ficar com terra, para as flores.

O modelo geométrico das floreiras tem a forma de um cubo com 50 cm de aresta.

A cavidade que vai ficar com a terra tem a forma de um prisma quadrangular reto, com a mesma altura da floreira e 40 cm de aresta da base.

13.1. Determina, em centímetros cúbicos, o volume da parte de cimento da floreira. Apresenta os cálculos que efetuares.

13.2. Utilizando as letras da figura, identifica uma reta perpendicular ao plano que contém a base da floreira.



**(EN 2009 – 2.ª Chamada)**

14. A Figura 6 é uma fotografia de uma caixa de chocolates que o Manuel fez para vender num arraial.

A Figura 7 representa um modelo geométrico dessa caixa.



Figura 6

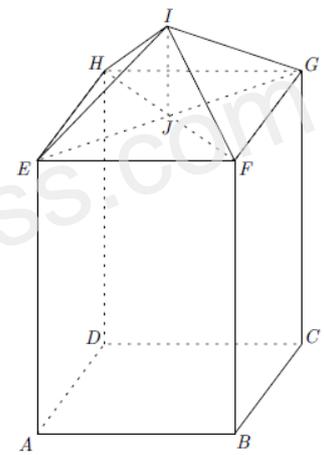


Figura 7

Relativamente à Figura 7, sabe-se que:

- $[ABCDEFGH]$  é um prisma quadrangular regular.
- $[EFGHI]$  é uma pirâmide quadrangular regular, de altura  $\overline{IJ}$ .

14.1. Qual é a posição da reta  $HG$  relativamente ao plano  $ABF$ ?

Assinala a opção correta.

- (A) Concorrente perpendicular                      (B) Concorrente oblíqua  
(C) Estritamente paralela                          (D) Contida no plano

14.2. Determina o volume, em  $cm^3$ , do sólido representado na Figura 7, sabendo que:  $\overline{AB} = 13\text{ cm}$ ;  $\overline{BF} = 19\text{ cm}$  e  $\overline{IJ} = 6\text{ cm}$ .

Apresenta os cálculos que efetuaste.

(EN 2010 – 1.ª Chamada)

15. Na Figura 3, podes observar um comedouro de um camelo.

A Figura 4 representa um modelo geométrico desse comedouro. Este modelo não está desenhado à escala.

Relativamente à Figura 4, sabe-se que:

- $[ABCDI]$  é uma pirâmide reta de base retangular;
- $[ABCDEFGH]$  é um tronco de pirâmide de bases retangulares e paralelas.



Figura 3

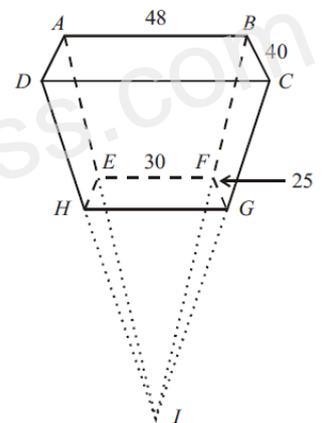


Figura 4

15.1. Qual é a posição da reta  $AI$  relativamente ao plano  $EFG$ ?

Assinala a opção correta.

- (A) Concorrente perpendicular                      (B) Concorrente oblíqua  
(C) Estritamente paralela                          (D) Contida no plano

15.2. Determina o volume, em  $cm^3$ , do tronco de pirâmide representado na Figura 4, sabendo que:

- $\overline{AB} = 48\text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 40\text{ cm}$ ,  $\overline{EF} = 30\text{ cm}$  e  $\overline{FG} = 25\text{ cm}$ .
- a altura da pirâmide  $[ABCDI]$  é  $80\text{ cm}$  e a altura do tronco de pirâmide é  $30\text{ cm}$ .

Apresenta os cálculos que efetuaste.

Nota – Nos cálculos intermédios utiliza sempre valores exatos.

15.3. A Figura 5 mostra um comedouro de um camelo.

Imaginou-se um triângulo retângulo  $[ABC]$ , em que o cateto  $[AB]$  representa o suporte do comedouro e o cateto  $[BC]$  representa a sombra desse suporte.

A Figura 6 é um esquema desse triângulo.

O esquema não está desenhado à escala.

Sabe-se que:  $\overline{AB} = 1,26\text{ m}$  e  $\overline{BC} = 0,6\text{ m}$ .

Qual é a amplitude, em graus, do ângulo  $ACB$ ?

Escreve o resultado arredondado às unidades.

Mostra como chegaste à tua resposta.



Figura 5

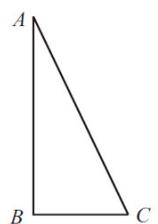


Figura 6

(EN 2010 – 2.ª Chamada)

16. Na figura ao lado, à esquerda está uma fotografia de uma choupana.

A figura da direita representa um modelo geométrico dessa choupana. O modelo não está desenhado à escala.

O modelo representado em cima à direita é um sólido que pode ser decomposto num cilindro e num cone.

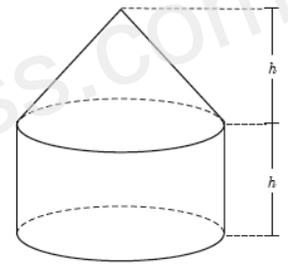
Sabe-se ainda que:

- a base superior do cilindro coincide com a base do cone;
- a altura do cilindro é igual à altura do cone;
- a área da base do cilindro é  $12 \text{ m}^2$ ;
- o volume total do sólido é  $34 \text{ m}^3$ .

Determina a altura do cilindro.

Apresenta o resultado em metros, na forma de dízima.

Apresenta os cálculos que efetuares.



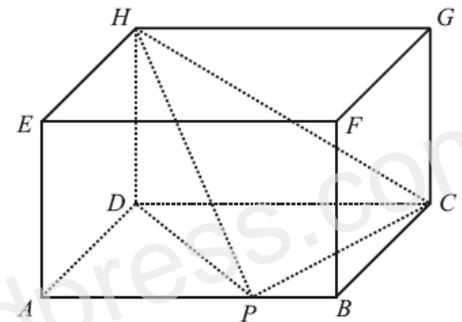
(EN 2011 – 1.ª Chamada)

17. Na figura ao lado, estão representados um paralelepípedo  $[ABCDEFGH]$  e uma pirâmide  $[HDPC]$ , sendo  $P$  um ponto de  $[AB]$ .

17.1. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

Assinala a opção correta.

- (A) As retas  $DP$  e  $BC$  são concorrentes.
- (B) As retas  $DP$  e  $BC$  são não coplanares.
- (C) As retas  $AB$  e  $HG$  são concorrentes.
- (D) As retas  $AB$  e  $HG$  são não coplanares.



17.2. Admite que:

- $\overline{DP} = 5 \text{ cm}$
- $\hat{DPH} = 32^\circ$

Determina a área do triângulo  $[DPH]$ .

Apresenta o resultado em  $\text{cm}^2$ , arredondado às décimas.

Apresenta os cálculos que efetuares.

**Nota:** Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

17.3. Admite agora que o volume da pirâmide  $[HDPC]$  é igual a  $10 \text{ cm}^3$ .

Qual é o volume, em  $\text{cm}^3$ , do paralelepípedo  $[ABCDEFGH]$ ?

(EN 2011 – 1.ª Chamada)

18. A Figura 4 é uma fotografia de uma casa típica da ilha da Madeira.

A Figura 5 representa um modelo geométrico dessa casa. O modelo não está desenhado à escala.

O modelo representado na Figura 5 é um sólido que pode ser decomposto num prisma quadrangular regular  $[ABCDEFGH]$  e num cone de vértice  $J$ .

Sabe-se ainda que:

- o quadrado  $[EFGH]$ , base superior do prisma, está inscrito na base do cone;
- o diâmetro da base do cone é igual à diagonal das bases do prisma;
- $\overline{AB} = 4 \text{ m}$
- $\overline{IJ} = 3 \text{ m}$
- o volume total do sólido é  $57 \text{ m}^3$ .



Figura 4

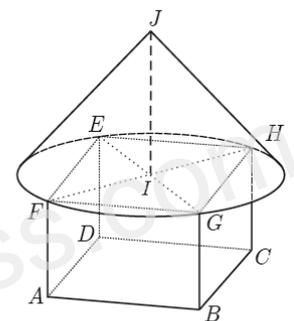


Figura 5

Determina a altura do prisma.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

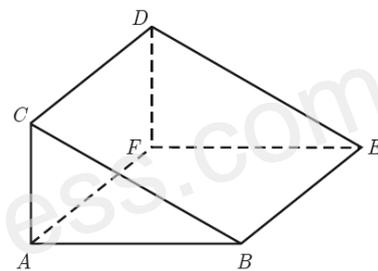
Apresenta os cálculos que efetuares.

**Nota:** Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

(EN 2011 – 2.ª Chamada)

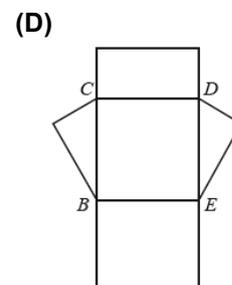
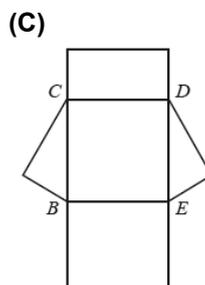
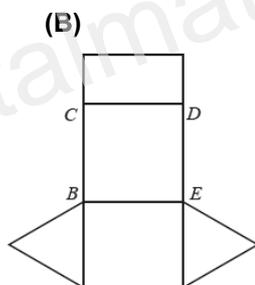
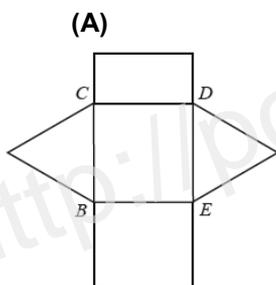
19. Na figura ao lado, está representado o prisma triangular  $[ABCDEF]$ .  
Sabe-se que:

- o quadrilátero  $[BCDE]$  é um quadrado;
- o triângulo  $[ABC]$  é retângulo em  $A$ .



19.1. Usa as letras da figura para identificares duas retas que sejam concorrentes não perpendiculares.

19.2. Qual das opções seguintes apresenta uma planificação reduzida do prisma  $[ABCDEF]$ ?  
Transcreve a letra correspondente à opção correta.



19.3. Admite agora que:

- $\widehat{CBA} = 30^\circ$
- $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$

Determina a área do triângulo  $[ABC]$ .

Apresenta o resultado em  $\text{cm}^2$ , arredondado às unidades.

Apresenta os cálculos que efetuares.

**Nota:** Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

**(EN 2011 – 2.ª Chamada)**

**Bom trabalho!**

**Soluções brevemente em <http://portalmath.wordpress.com>**