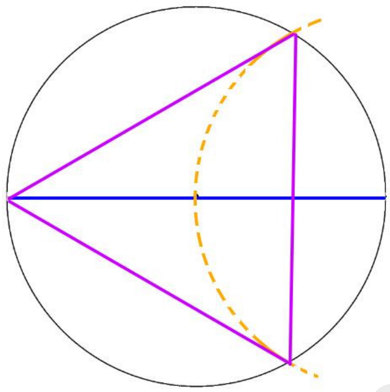
SOLUÇÕES

9.º Ano

Compilação de Exercícios de Exames Nacionais (EN) e de Testes Intermédios (TI)

Tema: Circunferência e Polígonos. Rotações



1.1. Ponto G; **1.2.** Porque os dois ângulos estão inscritos no mesmo arco de circunferência.

1.3. ver construção geométrica ao lado.

2.1. valor aproximado por defeito: 14,4;

valor aproximado por excesso: 14,5;

2.2. (A);

3.1. A amplitude do arco AB é 120 graus;

3.2. A amplitude do ângulo BAD é 60 graus. Na justificação deve estar implícito o conhecimento de que uma recta tangente à circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangencia.

4. Os quatro lados do quadrilátero são iguais, porque a arcos iguais correspondem cordas iguais e cada um dos seus ângulos é recto, pois cada um destes ângulos está inscrito num arco de circunferência cuja amplitude é 180 graus.

5. (B); **6. (B)**; **7.** A amplitude do arco CB é 40 graus;

8.1. 60° (a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo inscrito);

8.2. $\overline{ED} = 2,5$. Nota: $sen\,30^\circ = \frac{\overline{ED}}{5} \Leftrightarrow \overline{ED} = 5 sen\,30^\circ \Leftrightarrow \overline{ED} = 2,5$

8.3. A recta BD é um eixo de simetria. O ângulo AED tem de amplitude 90°. A imagem do ponto A é o ponto C e os pontos E e D são imagens de si próprios. Uma simetria em relação a uma recta transforma uma figura noutra geometricamente igual, logo os triângulos $[ADE]$ e $[CDE]$ são geometricamente iguais.

9. O ângulo ACB está inscrito no arco AB, logo é um ângulo inscrito numa semicircunferência e como tal tem 90° de amplitude. O triângulo ABC não pode ser equilátero, pois todos os ângulos internos de qualquer triângulo equilátero têm uma amplitude de 60°. Nota: Um triângulo rectângulo nunca pode ser equilátero, a hipotenusa é sempre o lado maior do triângulo.

10. (C)

11.1. Aplicando a fórmula que nos dá a amplitude de um polígono regular com n lados podemos concluir que $\frac{180\times 3}{5} = 108^\circ$, logo $T\hat{P}Q = 108^\circ$. OU Tendo em conta que o ângulo TPQ é um ângulo inscrito no arco maior TQ, cuja amplitude é 216º, porque $360^\circ \div 5 = 72^\circ$ e $72^\circ \times 3 = 216^\circ$, a sua amplitude será metade deste valor, ou seja, $T\hat{P}Q = 108^\circ$.

11.2. $A_{sombreada} = A_{\odot} - A_{pentágono} = A_{\odot} - 5\times A_{\Delta} = 25\pi - 60 \simeq 18,5$

Cálculo Auxiliares: $A_{\odot} = \pi \times 5^2 = 25\pi$ e $A_{pentágono} = 5\times A_{\Delta} = 5\times 12 = 60$

12. $\alpha = 30^{o}$. Nota: $A\hat{O}C = 180^{o} - 60^{o} = 120^{o}$; $180^{o} - 120^{o} = 60^{o} = O\hat{A}C + O\hat{C}A$, como o triângulo [AOC] é isósceles $A\hat{C}O = O\hat{A}C = 60^{o} \div 2 = 30^{o}$, ou seja, $\alpha = 30^{o}$. OU Tendo em conta que $\overset{\frown}{CB} = 60^{o}$, uma vez que se trata do arco correspondente ao ângulo ao centro COB, podemos concluir que o ângulo inscrito BAC vai ter uma amplitude de 30º (metade de 60º). Dado que o triângulo [AOC] é isósceles, a lados iguais opõem-se ângulos iguais, ou seja, $B\hat{A}C = A\hat{C}O = \alpha = 30^{o}$.

13.1. Trata-se de um ângulo inscrito numa semicircunferência.

13.2. $A_{sombreada} = A_{\odot} - A_{\Delta} = 56,25\pi - 54 \simeq 123$

Cálculo Auxiliares: $A_{\odot} = \pi \times 7,5^2 = 56,25\pi$ e $A_{\Delta} = \dfrac{9 \times 12}{2} = 54$

Para determinar a base do triângulo, $\overline{BC}$, usamos o Teorema de Pitágoras: $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 \Leftrightarrow 12^2 + \overline{BC}^2 = 15^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 225 - 144 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 81 \Leftrightarrow \overline{BC} = \pm\sqrt{81} \Leftrightarrow \overline{BC} = \pm 9$, como se trata de um comprimento não pode ser negativo logo $\overline{BC} = 9$.

14. (A); **15. (D)**; **16.1.** $\overset{\frown}{AC} = 56^{o}$; **16.2.** $\overline{DE} = 0,8$. Nota: $\overline{DE} = \overline{OE} - \overline{OD}$; $\overline{OE} = \overline{AO} = 6,8$ (raio da circunferência) e $\overline{OD}$ pode ser calculado usando o Teorema de Pitágoras, uma vez que o triângulo [AOD] é rectângulo. Sendo assim $\overline{OD}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 \Leftrightarrow \overline{OD}^2 + 3,2^2 = 6,8^2 \Leftrightarrow (...) \Leftrightarrow \overline{OD} = \pm 6$, como se trata de um comprimento não pode ser negativo logo $\overline{OD} = 6$. Deste modo $\overline{DE} = \overline{OE} - \overline{OD} = 6,8 - 6 = 0,8$.

17.1. $A\hat{C}B = 45^{o}$ (ângulo inscrito num quarto de circunferência). **17.2. (D)**; **17.3.** $\sqrt{2}$. Nota: Pelo Teorema de Pitágora podes concluir que $\overline{OG}^2 + \overline{GB}^2 = \overline{OB}^2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$, como se trata de um comprimento não pode ser negativo logo $x = \overline{OG} = \sqrt{2}$.

18.1. $D\hat{O}C = 60^{o}$; **18.2.** $A_{sombreada} = A_{\odot} - A_{hexágono} = 16\pi - 24\sqrt{3} \simeq 9$

Cálculo Auxiliares: $A_{\odot} = \pi \times 4^2 = 16\pi$ e $A_{hexágono} = 6 \times A_{\Delta} = 6 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$

18.3. F; **19.1.** $\overset{\frown}{AB} = 140^{o}$; **19.2.** 2 ; **19.3.** $sen\,70° = \dfrac{4,35}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \overline{BD} = \dfrac{4,35}{sen\,70^{o}} \Leftrightarrow \overline{BD} \simeq 4,63cm$

20.1. $B\hat{I}H = 45^{o}$ (ângulo inscrito num quarto de circunferência).

20.2. $A_{Sombreada} = A_{\square} - 4 \times A_{\frac{1}{4}\odot} = A_{\square} - A_{\odot} = 16 - 4\pi \simeq 3,4$

Cálculo Auxiliares: $A_{\square} = 4 \times 4 = 16$ e $A_{\odot} = \pi \times 2^2 = 4\pi$.

20.2. $\overline{IO} = \overline{IA} + \overline{AO} \Leftrightarrow \overline{IO} = 2 + \sqrt{8} \Leftrightarrow \overline{IO} \simeq 4,8$. Nota: Usando o Teorema de Pitágoras podes concluir que $\overline{AO} = \sqrt{8}$, uma vez que $[AO]$ é a hipotenusa do triângulo $[AHO]$ e $\overline{AH} = \overline{HO} = 2$ (raio da circunferência).

21.1. 108^{o}. Nota: $\overset{\frown}{AB} = 180^{o} - 72^{o} = 108^{o}$.

21.2. $A_{Sombreada} = A_{Semicírculo} - A_{\Delta[QBS]} = 32\pi - 64\tan 36^{o} \simeq 54$. Nota: $A_{\odot} = \pi \times 8^2 = 64\pi$, logo $A_{Semicírculo} = 32\pi$;

$\tan 36^{o} = \dfrac{\overline{OQ}}{8} \Leftrightarrow \overline{OQ} = 8\tan 36^{o}$; $A_{\Delta[QBS]} = 2 \times A_{\Delta[QOB]} = 2 \times \dfrac{\overline{OQ} \times \overline{OB}}{2} = 2 \times \dfrac{8\tan 36^{o} \times 8}{2} = 64\tan 36^{o}$;

22.1. **(C)**; **22.2.** $P_{\odot} = 2\pi r = 2\times\pi\times\frac{\sqrt{72}}{2} = \sqrt{72}\,\pi \simeq 26,7$. Nota: pelo Teorema de Pitágoras podemos determinar o diâmetro da circunferência. $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 6^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 72 \Leftrightarrow \overline{AC} = \pm\sqrt{72}$, como se trata de um comprimento, não pode ser negativo logo $\overline{AC} = \sqrt{72}$, ou seja, o valor exato do raio desta circunferência é $\frac{\sqrt{72}}{2}$.

23.1. (B); **23.2.** 100^{o}. **Nota:** $\overset{\frown}{AC} = 180^{o} - 80^{o} = 100^{o}$.

23.3. $P_{\odot} = 2\pi r = \pi\times d = \pi\times\overline{AD} = \pi\times 7,52 \simeq 23,6\ cm$. **Nota:** O triângulo [AED] é retângulo em E porque o ângulo AED é um ângulo inscrito numa semicircunferência. O valor de $\overline{AD}$ pode ser determinado pelo Teorema de Pitágoras. $\overline{AD}^2 = 6,8^2 + 3,2^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 56,48 \Leftrightarrow \overline{AD} = \pm\sqrt{56,48} \Leftrightarrow \overline{AD} \simeq \pm 7,52$, como se trata de um comprimento $\overline{AD} \simeq 7,52$.

24.1. $D\hat{B}A = 55°$. Nota: $D\hat{P}B = 85°$ (ângulos verticalmente opostos) e $C\hat{A}B = 40°$ (ângulo inscrito num arco de amplitude igual a 80º).

24.2. (C). Nota: a razão de semelhança desta ampliação é 2, como a razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual à razão de semelhança ao quadrado temos $\frac{A_{\triangle[DCP]}}{A_{\triangle[DCP]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{\triangle[DCP]}}{6} = 2^2 \Leftrightarrow A_{\triangle[DCP]} = 24$.

NOTA: Podes encontrar uma sugestão de resolução destas questões no PortalMath, para isso basta veres de onde foi retirada a questão (Teste Intermédio ou Exame Nacional) e o respectivo ano, consultares as páginas onde estão os todos os Testes Intermédios (http://portalmath.wordpress.com/ti-9ano/) / Exames Nacionais (http://portalmath.wordpress.com/exames-9ano/) e clicares no link relativo à proposta de resolução do mesmo.
Podes (e deves…) também recorrer ao teu professor de Matemática, para te esclarecer as dúvidas que surgirem.