SOLUÇÕES

9.º Ano

Compilação de Exercícios de Exames Nacionais (EN) e de Testes Intermédios (TI)

Tema: Espaço. Outra Visão

1.1. Por exemplo: IJ; **1.2.** Por exemplo: EFK

2. $V_{\substack{não\\ocupado}} = V_{cilindro} - V_{3\ esferas} = 6\pi r^3 - 4\pi r^3 = 2\pi r^3 = \frac{V_{3\ esferas}}{2}$

Cálculos Auxiliares:

$V_{cilindro} = A_b \times h = \pi \times r^2 \times 6r = 6\pi r^3$. Nota: a altura do cilindro é igual a 6 vezes o raio da esfera ($6r$).

$V_{3\ esferas} = 3 \times V_{esfera} = 3 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^3$

3. $V_{vulcão} = V_{\substack{tronco\\cone}} = V_{\substack{cone\\maior}} - V_{\substack{cone\\menor}} = 6,48\pi - 0,24\pi = 6,24\pi\ m^3 \simeq 20\, m^3$

Cálculos Auxiliares:

$V_{\substack{cone\\maior}} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{3,24\pi \times 6}{3} = 6,48\pi\, m^3$

$A_b = A_{\odot} = \pi r^2 = \pi \times 1,8^2 = 3,24\pi\, m^2$

$V_{\substack{cone\\menor}} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{0,36\pi \times 2}{3} = 0,24\pi\, m^3$

$A_b = A_{\odot} = \pi r^2 = \pi \times 0,6^2 = 0,36\pi\, m^2$

4.1. GHL e IJK, por exemplo.

4.2. $V_{piscina} = V_{\substack{prisma\\pentagonal}} = A_b \times h = 33 \times 10 = 330\, m^3 = 330\ 000\, dm^3 = 330\ 000\ l$

Cálculos Auxiliares:

$A_b = A_{pentágono} = A_{trapézio} + A_{\square} = 13 + 20 = 33\, m^2$

$A_{trapézio} = \frac{B+b}{2} \times h = \frac{2+0,6}{2} \times 10 = 13\, m^2$

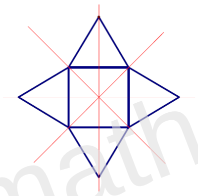
$A_{\square} = c \times l = 10 \times 2 = 20\, m^2$

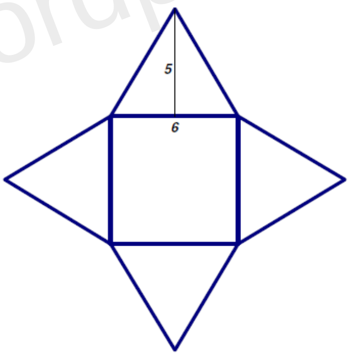
5.1. CG (por exemplo)

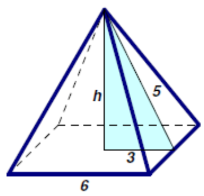
5.2. Seja a o valor do comprimento da aresta deste cubo. $V_{pirâmide} = 9 \Leftrightarrow \frac{A_b \times h}{3} = 9 \Leftrightarrow \frac{a^2 \times a}{3} = 9 \Leftrightarrow a^3 = 27$

$\Leftrightarrow a = \sqrt[3]{27} \Leftrightarrow a = 3\ cm$. Logo a aresta deste cubo mede 3 cm.

6.1. Esta figura tem 4 eixos de simetria.







6.2. Observa o esboço do sólido construído ao lado.

Pelo Teorema de Pitágoras temos que:

$h^2+3^2=5^2 \Leftrightarrow h^2=25-9 \Leftrightarrow h^2=16 \Leftrightarrow h=\pm\sqrt{16} \Leftrightarrow h=\pm 4$, como h é um comprimento não pode ser negativo, logo $h=4$.

A altura deste sólido (pirâmide quadrangular regular) é igual a 4.

7.1. (C)

7.2. Pelo Teorema de Pitágoras podemos determinar o valor da altura da pirâmide.
$\overline{IK}^2+0,6^2=1^2 \Leftrightarrow \overline{IK}^2=1-0,36 \Leftrightarrow \overline{IK}^2=0,64 \Leftrightarrow \overline{IK}=\pm\sqrt{0,64} \Leftrightarrow \overline{IK}=\pm 0,8$, logo $\overline{IK}=8$, uma vez que não pode ser negativo.

$V_{barraca}=V_{prisma}+V_{pirâmide}=2,448+0,384=2,832\ m^3$

<u>Cálculos Auxiliares:</u> $A_b=A_{\square}=1,2\times 1,2=1,44\ \ m^2$;
$V_{prisma}=A_b\times h=1,44\times 1,7=2,448\ m^3$; $V_{pirâmide}=\dfrac{A_b\times h}{3}=\dfrac{1,44\times 0,8}{3}=0,384\ m^3$.

8.1. (B)

8.2. $V_{\substack{tronco\\ pirâmide}}=V_{\substack{pirâmide\\ maior}}-V_{\substack{pirâmide\\ menor}}=960-15=945\ cm^3$

<u>Cálculos Auxiliares:</u>
$V_{\substack{pirâmide\\ maior}}=\dfrac{1}{3}\times A_b\times h=\dfrac{1}{3}\times 12^2\times 20=960\ cm^3$; $V_{\substack{pirâmide\\ menor}}=\dfrac{1}{3}\times A_b\times h=\dfrac{1}{3}\times 3^2\times 5=15\ cm^3$

9.1. (A)

9.2. $tg\beta=\dfrac{42}{300} \Leftrightarrow \beta=tg^{-1}\left(\dfrac{42}{300}\right) \Leftrightarrow \beta\simeq 8^{\circ}$

9.3. $V_{prisma}=A_b\times h=1\ 575\ 000\ cm^3$. <u>Nota</u>: $A_b=A_{\triangle}=6300\,cm^2$ e $h=\overline{BC}=250\,cm$.

10.1. (B)

10.2. $A_{[BEFC]}=\overline{BE}\times\overline{BC}=180\times 200=36\ 000\ cm^2$

<u>Cálculos Auxiliares</u>: Pelo Teorema de Pitágoras podemos determinar o valor de $\overline{BC}$.
$\overline{BC}^2=\overline{AC}^2+\overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2=160^2+120^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2=40\ 000 \Leftrightarrow \overline{BC}=\pm\sqrt{40\ 000} \Leftrightarrow \overline{BC}=\pm 200$,
logo $\overline{BC}=200\ cm$, uma vez que não pode ser negativo.

11. $V_{prisma}=A_b\times h=6\sqrt{3}\times 1,5=9\sqrt{3}\simeq 15,6\ m^3$

<u>Cálculos Auxiliares</u>: $A_b=A_{\substack{hexágono\\ regular}}=\dfrac{P}{2}\times ap=\dfrac{12}{2}\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}\ m^2$

ou $A_b=A_{\substack{hexágono\\ regular}}=6\times A_{\triangle[OBC]}=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}\ m^2$, onde $A_{\triangle[OBC]}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\,m^2$

12.1. (C)

12.2. O segmento de reta pedido é a hipotenusa do triângulo retângulo $[ABE]$

$sen\,35^{\circ}=\dfrac{2}{\overline{EB}} \Leftrightarrow \overline{EB}=\dfrac{2}{sen\,35^{\circ}} \Leftrightarrow \overline{EB}\simeq 3\ m$

12.3. $V_{pirâmide} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{2\times 5}{3} = \frac{10}{3} \simeq 3,3\ m^3$

<u>Cálculos Auxiliares</u>: $A_b = A_{\triangle[ACD]} = \frac{2\times 2}{2} = 2\,m^2$. <u>Nota</u>: $[ACD]$ é um triângulo retângulo em D.

13.1. $V_{\substack{parte\ de \\ cimento}} = V_{cubo} - V_{prisma} = 125000 - 80000 = 45000\ cm^3$

<u>Cálculos Auxiliares</u>: $V_{cubo} = a^3 = 50^3 = 125000\,cm^3$; $V_{prisma} = A_b \times h = 1600\times 50 = 80000\,cm^3$;

$A_b = A_{\square} = 40^2 = 1600\ cm^2$

13.2. Por exemplo: IA

14.1. (C)

14.2. $V_{sólido} = V_{prisma} + V_{pirâmide} = 3211 + 338 = 3549\ cm^3$

<u>Cálculos Auxiliares</u>: $V_{prisma} = A_b \times h = 169\times 19 = 3211\,cm^3$; $A_b = A_{\square} = 13^2 = 169\ cm^2$

$V_{prisma} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{169\times 6}{3} = 338\,cm^3$

15.1. (B)

15.2. $V_{\substack{tronco \\ pirâmide}} = V_{\substack{pirâmide \\ maior}} - V_{\substack{pirâmide \\ menor}} = 51200 - 12500 = 38700\ cm^3$

<u>Cálculos Auxiliares:</u>

$V_{\substack{pirâmide \\ maior}} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{1920\times 80}{3} = 51200\ cm^3$; $A_b = A_{\square} = c\times l = 48\times 40 = 1920\ cm^2$

$V_{\substack{pirâmide \\ menor}} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{750\times 50}{3} = 12500\ cm^3$; $A_b = A_{\square} = c\times l = 30\times 25 = 750\ cm^2$

15.3. $\tan\left(A\hat{C}B\right) = \frac{1,26}{0,6} \Leftrightarrow A\hat{C}B = \tan^{-1}\left(\frac{1,26}{0,6}\right) \Leftrightarrow A\hat{C}B \simeq 65^{\circ}$

16. A altura do cilindro (h) é igual a 2,125 metros.

$V_{cilindro} + V_{cone} = V_{sólido} \Leftrightarrow 12h + 4h = 34 \Leftrightarrow 16h = 34 \Leftrightarrow h = \frac{34}{16} \Leftrightarrow h = 2,125\ m$.

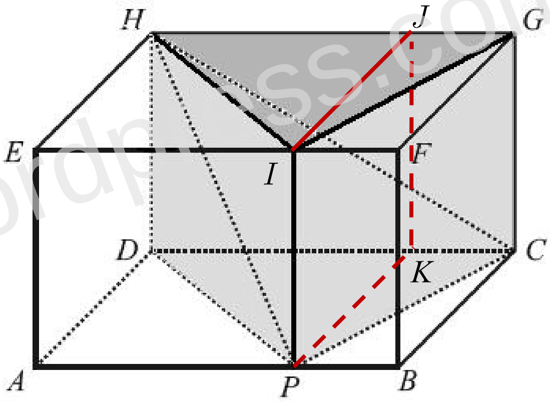
<u>Cálculos Auxiliares</u>: $V_{cilindro} = A_b \times h = 12h$; $V_{cone} = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{12\times h}{3} = 4h$.

17.1. (A);

17.2. $A_{\triangle} = \frac{b\times h}{2} = \frac{\overline{DP}\times\overline{HD}}{2} = \frac{5\times 3,124}{2} = 7,81 \simeq 7,8\ cm^2$.

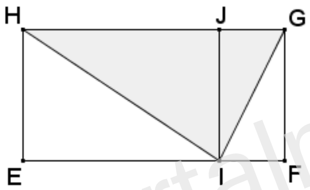
<u>Cálculo Auxiliar:</u> $\tan 32^{\circ} = \frac{\overline{HD}}{5} \Leftrightarrow \overline{HD} = 5\tan 32^{\circ} \Leftrightarrow \overline{HD} \simeq 3,124\ m$.

17.3. $60\ cm^3$. **<u>Nota</u>:** Decompõe o paralelepípedo em três prismas triangulares. A partir da pirâmide podes chegar à conclusão que o prisma com a mesma base mede 30 cm^3 (porque o volume deste prisma é o triplo do volume da pirâmide, uma vez que têm a mesma base e a mesma altura). Os outros dois prismas triangulares que sobram têm o mesmo volume do anterior, porque ambos têm a mesma altura e a soma das áreas duas bases é igual à base do prisma que consideramos anteriormente (se os juntares dá um prisma exatamente igual ao anterior).



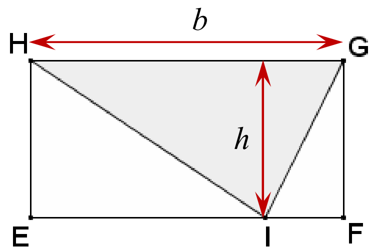
$V_{[DPCHIG]} = 3 \times V_{[HDPC]} = 3 \times 10 = 30\ cm^3$

Como $V_{[PKCIJG]} = V_{[PBCIFG]}$ e $V_{[DPKHIJ]} = V_{[APDEIH]}$,



podemos concluir que $V_{[APDEIH]} + V_{[PBCIFG]} = V_{[DPCHIG]} = 30\ cm^3$.

Logo $V_{[ABCDEFGH]} = V_{[DPCHIG]} + \left(V_{[APDEIH]} + V_{[PBCIFG]}\right) = 30 + 30 = 60\ cm^3$



<u>Repara que</u>: $A_{sombreada} = A_{branca}$ e a altura dos prismas triangulares é a mesma.

$$A_{sombreada} = A_{\triangle} = \frac{b \times h}{2}\ ;\ A_{branca} = A_{\square} - A_{\triangle} = \underset{(\times 2)}{b \times h} - \frac{b \times h}{2} = \frac{b \times h}{2}$$

18. A altura do prisma é de, aproximadamente, 2 metros. <u>Nota</u>: Seja x a diagonal da base do prisma (quadrado de lado 4). Então, $x^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow x^2 = 32 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{32} \Rightarrow x = \sqrt{32}$ (porque se trata de um comprimento), logo o diâmetro da base do cone é $\sqrt{32}$, ou seja, o seu raio é $\frac{\sqrt{32}}{2}$.

Seja h a altura do prisma.

$$V_{cone} + V_{prisma} = 57 \Leftrightarrow 8\pi + 16h = 57 \Leftrightarrow 16h = 57 - 8\pi \Leftrightarrow h = \frac{57 - 8\pi}{16} \Leftrightarrow h \simeq 2\ m$$

<u>Cálculos Auxiliares</u>: $V_{cone} = \frac{A_b \times h_{cone}}{3} = \frac{8\pi \times 3}{3} = 8\pi\ ;\ A_b = \pi \times \left(\frac{\sqrt{32}}{2}\right)^2 = \pi \times \frac{32}{4} = 8\pi\ ;\ V_{prisma} = A_b \times h = 16h$

19.1. AB e BC (por exemplo).

19.2. (D);

19.3. A área do triângulo [ABC] é aproximadamente $55\ cm^2$.

<u>Nota</u>: $\tan 30° = \frac{8}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{8}{\tan 30°}\ ;\ A_{\triangle[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{2} = \frac{\frac{8}{\tan 30°} \times 8}{2} = \frac{64}{2 \tan 30°} = \frac{32}{\tan 30°} \simeq 55\ cm^2$.

<u>NOTA:</u> Podes encontrar uma sugestão de resolução destas questões no PortalMath, para isso basta veres de onde foi retirada a questão (Teste Intermédio ou Exame Nacional) e o respectivo ano, consultares as páginas onde estão os todos os Testes Intermédios (http://portalmath.wordpress.com/ti-9ano/) / Exames Nacionais (http://portalmath.wordpress.com/exames-9ano/) e clicares no link relativo à proposta de resolução do mesmo.
Podes (e deves…) também recorrer ao teu professor de Matemática, para te esclarecer as dúvidas que surgirem.

Mais fichas de trabalho e de avaliação com as respetivas soluções em
http://portalmath.wordpress.com