SOLUÇÕES

1.1. Mostrar que a área da parte a sombreado é igual á área da parte não sombreada é o mesmo que mostrar que a área da parte a sombreado é igual a metade da área do quadrado.

$$A_{[ACSP]} = l^2 \,;\; A_{Sombreado} = A_{semicírculo} + \left(A_{[PQRS]} - A_{semicírculo}\right) \Leftrightarrow A_{Sombreado} = A_{semicírculo} + A_{[PQRS]} - A_{semicírculo}$$

$$\Leftrightarrow A_{Sombreado} = A_{[PQRS]} \Leftrightarrow A_{Sombreado} = l \times \frac{l}{2} \Leftrightarrow A_{Sombreado} = \frac{l^2}{2} \Leftrightarrow A_{Sombreado} = \frac{A_{[ACSP]}}{2}.$$

1.2. (A); **1.3.** $R(R\,;180°)$ ou $R(R\,;-180°)$;

2. $S = \left[\frac{137}{88};+\infty\right[$; **3.** (D);

4.1. Número de casos possíveis: $23 \times 22 = 506$; Número de casos favoráveis: $10 \times 9 + 4 \times 9 + 9 \times 4 = 162$ (para que a soma das idades seja 12 podemos ter dois alunos com 6 anos, um aluno de cinco anos e outro de sete anos ou um aluno de sete anos e outro de cinco anos); $p = \frac{81}{253}$; **4.2.** A idade da Inês é de 7 anos.

5.1. (A);

5.2. $a_{cubo} = \overline{UT} = \sqrt[3]{1728} = 12\,cm$;

$$V_{Tinta} = V_{cubo} + V_{tronco\ pirâmide} \Leftrightarrow V_{Tinta} = 1728 + \left(V_{pirâmide\_grande} - V_{pirâmide\_pequena}\right)$$

$$\Leftrightarrow V_{Tinta} = 1728 + \left(\frac{1}{3} \times 12^2 \times 10 - \frac{1}{3} \times A_{base} \times 6\right) \Leftrightarrow V_{Tinta} = 1728 + \left(480 - 2 \times A_{base}\right) \Leftrightarrow V_{Tinta} = 2208 - 2 \times l^2$$

$\Leftrightarrow V_{Tinta} = 2104,3\,cm^3$. Nota: para determinar l recorre-se à semelhança de triângulos, $l = 7,2\,cm$.

6. $A_{sombreado} = 8 \times 3^2 - 8 = 64\,cm^2$.

7. $1 - \left(sen\alpha - cos\alpha\right)^2 = 1 - \left(sen^2\alpha - 2sen\alpha cos\alpha + cos^2\alpha\right) = 1 - \left(sen^2\alpha + cos^2\alpha - 2sen\alpha cos\alpha\right)$

$= 1 - \left(sen^2\alpha + cos^2\alpha - 2sen\alpha cos\alpha\right) = 1 - \left(1 - 2sen\alpha cos\alpha\right) = 1 - 1 + 2sen\alpha cos\alpha = 2sen\alpha cos\alpha$

8. $\overline{x} = \frac{72,5\% \times 4 + 85\%}{5} = 75\%$

9. (B);

10.1. $A_{sombreado} = A_{[ABCD]} - A_{[ADE]} = 36 - \frac{6 \times \overline{AE}}{2} = 36 - 3\overline{AE} = 36 - 3 \times 6tg\alpha = 36 - 18tg\alpha$.

10.2. $tg\alpha = \frac{2}{6} \Leftrightarrow tg\alpha = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \alpha = tg^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow \alpha \approx 18,43°$. A amplitude, em graus, do ângulo CDE é de aproximadamente $72°$ $(90° - 18,43° = 71,57°)$.

11.1. O volume destes prismas quadrangular é 24. Nota: $V = A_{base} \times altura = 6 \times 4 = 24$.

11.2. $A_{base} \times 96 = 24 \Leftrightarrow A_{base} = \frac{24}{96} \Leftrightarrow A_{base} = \frac{1}{4}$, logo $l_{\square} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; $A_{total} = 2A_b + P_b \times h = 2 \times \frac{1}{4} + 2 \times 96 = 192,5$

12. $S=\left\{-\frac{1}{9};1\right\}$

13.1. $3m$

13.2. $\begin{cases} D_V=\frac{1}{4}t+3 \\ D_M=\frac{1}{2}t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D=6 \\ t=12 \end{cases}$. Logo os dois carros encontram-se à mesma distância dos dois amigos (6 metros) passados 12 minutos, ou seja, 720 segundos ($12\times 60=720$).

13.3. A constante de proporcionalidade é 0,5 e representa a velocidade do carro do Manuel em metros por minuto (o carro do Manuel desloca-se à velocidade de 0,5 metros por minuto).

14. $p\in\{-8;8\}$. Nota: para a equação ter apenas uma solução $\Delta=0 \Leftrightarrow (-p)^2-4\times 2\times 8=0 \Leftrightarrow p^2=64$ $\Leftrightarrow p=\pm\sqrt{64} \Leftrightarrow p=\pm 8$.

15.1. O triângulo é retângulo, pois a reta AB é tangente à circunferência em A.

15.2.1. A amplitude do ângulo ABC é 70º $\left(180^\circ-90^\circ-\frac{40^\circ}{2}=70^\circ\right)$.

15.2.2. $P_{\odot}=16\pi \Leftrightarrow 2\pi r=16\pi \Leftrightarrow r=8$; Considera agora o triângulo retângulo [ODF], chega-se à conclusão que $D\hat{O}F=40^\circ$. Aplicando a trigonometria vem $cos(40^\circ)=\frac{\overline{FO}}{\overline{DO}} \Leftrightarrow cos(40^\circ)=\frac{\overline{FO}}{8} \Leftrightarrow 8cos(40^\circ)=\overline{FO} \Leftrightarrow \overline{FO}\approx 6{,}1$.