

1. Na Figura 1, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de conjuntos de bolas que segue a lei de formação sugerida. Há um termo da sequência que tem 196 bolas.

Quantas bolas pretas tem esse termo?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Sugestão: começa por determinar o termo geral desta sucessão.

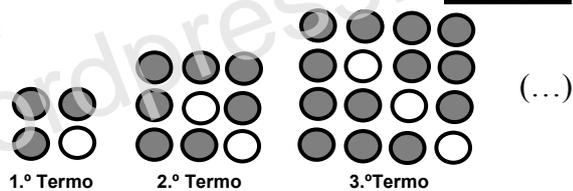


Figura 1

2. A gerência de um hotel de uma zona turística encomendou a um artista plástico um painel decorativo.

O painel será composto por uma sequência de telas quadradas com lado 1, espaçadas entre si, e com diferentes pinturas.

A Figura 2 representa as três primeiras telas dessa sequência, ordenadas da esquerda para a direita.

As telas foram construídas de acordo com o seguinte processo:

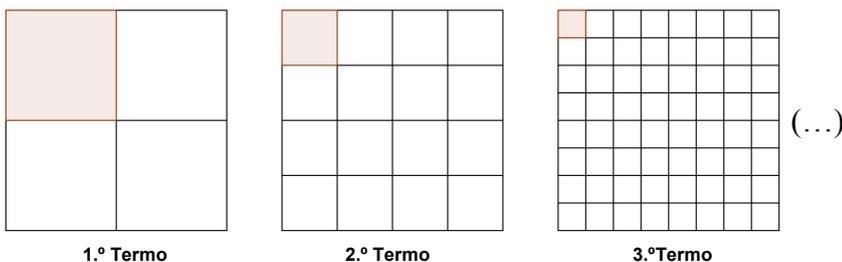


Figura 2

- na primeira tela, pintou-se um quadrado dividindo a tela em quatro quadrados;

- dividiu-se a segunda tela em dezasseis quadrados geometricamente iguais, nos quais se pintou um, tal como se vê na figura;

- dividiu-se a terceira tela em sessenta e quatro quadrados geometricamente iguais, nos quais se pintou um, tal como se vê na figura;

- e assim sucessivamente.

Qual das expressões representa a área pintada na tela n ? Transcreve a letra da opção correta.

(A) 4^{-n}

(B) 2^{-n}

(C) $\frac{1}{2^{n+2}}$

(D) $\frac{1}{4^{n-1}}$

3. Na Figura 3 está representada uma circunferência de centro em O e o triângulo $[ABC]$.

Sabe-se que a amplitude do ângulo ABC é 30° .

3.1. Determina a amplitude do arco menor CB .

Mostra como chegaste à tua resposta.

3.2. Admite que $\overline{AB} = 10$. Determina a área da Figura 3 que não está a sombreado.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota: Nos cálculos intermédios, conserva duas casas decimais.

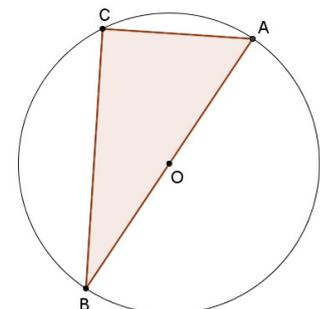


Figura 3

4. No referencial cartesiano da Figura 4, está representado parte do gráfico da função de proporcionalidade inversa f ($x > 0$). O ponto B pertence ao gráfico da função f .

Sabe-se que a origem do referencial é o ponto médio de $[AD]$ e a área de $[ABCD]$ é 36.

Qual das expressões é a expressão analítica da função f ?

Transcreve a letra da opção correta.

(A) $y = \frac{x}{18}$

(B) $y = \frac{18}{x}$

(C) $y = \frac{x}{36}$

(D) $y = \frac{36}{x}$

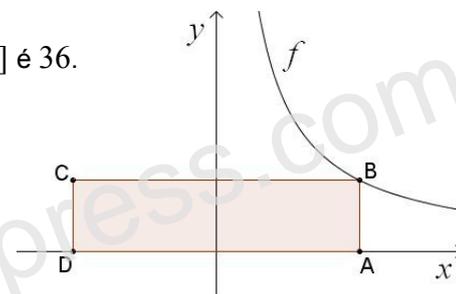


Figura 4

5. Considera o conjunto $P =]-\pi; 5[\cup]-3, 141; +\infty[$.

Qual dos conjuntos seguintes é igual a P ? Transcreve a letra da opção correta.

(A) $[-3, 141; 5[$

(E) $]-\pi; 5[$

(C) $[-3, 141; +\infty[$

(D) $]-\pi, +\infty[$

6. Resolve a equação seguinte: $(x-2)^2 - \frac{x-1}{6} = \frac{27}{6} - \frac{7}{3}x$.

Apresenta os cálculos que efetuaste.

7. Na papelaria Book4U decidiu-se colocar na montra, lado a lado, quatro livros de preparação para exames, um de Matemática, um de Biologia, um de Físico-Química e um de Português.

De quantas maneiras diferentes podem ser colocados os quatro livros? Transcreve a letra da opção correta.

(A) 6

(B) 10

(C) 12

(D) 24

8. O Afonso e o Dinis são dois irmãos que treinam todas as manhãs para participarem na maratona da cidade do Porto, correndo de sua casa até ao estádio municipal. No dia 13 de Junho, pelas 7 horas, o Afonso saiu de casa para iniciar o treino e só passado algum tempo é que o irmão começou o seu.

Admite que as distâncias D , em metros, percorridas pelo Afonso e pelo Dinis, t minutos depois da partida são dadas por $D = 325t$ e $D = 450t - 6000$, respetivamente.

No referencial cartesiano da Figura 5, estão representadas as funções $D = 325t$ e $D = 450t - 6000$.

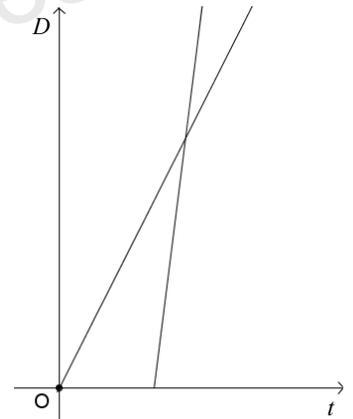


Figura 5

8.1. Qual é a distância, em metros, percorrida pelo Afonso ao fim de meia hora?

Apresenta os cálculos que efetuaste.

8.2. Ao fim de quantos minutos os dois irmãos se encontraram no treino?

Mostra como chegaste à tua resposta.

8.3. Sabendo que a distância de casa dos dois irmãos ao estádio municipal é de 18 kms, determina quanto tempo dura o treino do Dinis.

Apresenta o resultado em minutos e segundos.

Mostra como chegaste à tua resposta.

9. Uma conhecida empresa de distribuição alimentar organizou um concurso para a criação de um pin alusivo ao tema “+Portugal” tendo os concorrentes de ter idade entre os 5 e os 18 anos.

A equipa Braintools foi a vencedora com o seguinte projeto: “O pin tem a forma de uma circunferência com um dodecágono regular inscrito e será decorado com as cores da bandeira portuguesa: verde, amarelo e vermelho”.

Na Figura 6 está representado um **dodecágono regular** $[ABCDEFGHIJKL]$, inscrito numa circunferência de centro O que é um esquema do projeto vencedor.

9.1. Sabe-se que o comprimento da circunferência é 24π e que a região não sombreada está pintada de verde.

Qual é a área da região pintada de verde?
Apresenta o resultado arredondado às décimas. Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

9.2. Ao observar a figura, e **sem efetuar medições**, a Laura afirmou: «O quadrilátero $[BEHK]$ é um quadrado.»

Como é que ela poderá ter chegado a esta conclusão?
Justifica a tua resposta.

9.3. Após uma rotação de centro em O e de amplitude 210° (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio), o ponto A desloca-se para uma posição que, antes da rotação, era ocupada por outro ponto. De que ponto se trata?

9.4. Sabe-se que no pin se pintou de amarelo o conjunto de pontos que verificam as seguintes condições:

- são equidistantes de A e F ;
- a distância a B é inferior ou igual à distância de A a D .

Utilizando material de desenho, assinala na figura o conjunto de pontos que estão coloridos de amarelo.

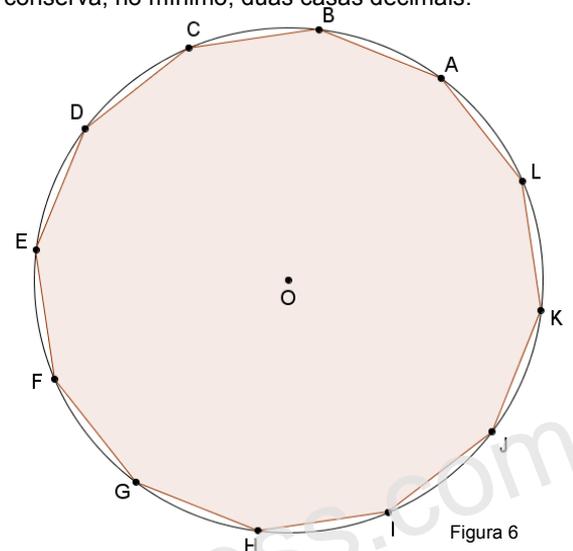


Figura 6

10. Observa as caixas A e B reproduzidas na Figura 7.

Considera a experiência aleatória que consiste em extrair, ao acaso, uma bola de cada caixa.

Qual é a probabilidade de o produto dos números das bolas extraídas ser diferente de zero?

Mostra como chegaste à tua resposta.

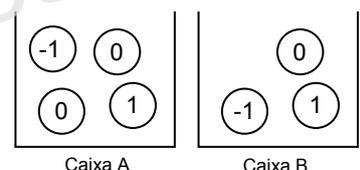


Figura 7

11. Considera o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} - \frac{y-1}{5} = -\frac{1}{10} \\ y - \frac{2(2x-1)}{3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Qual é o par ordenado (x, y) que é solução deste sistema? Apresenta os cálculos que efetuaste.

12. Seja k um número inteiro. Determina k sabendo que o valor da expressão $\frac{1}{2^{3k}} \times 2^{k+2}$ é 256.

13. Realizou-se um inquérito aos 260 alunos do 9.º ano de uma escola básica sobre as atividades de ocupação de tempos livres, constatando-se que todos os alunos se dedicam a uma só atividade extracurricular.

Na turma M do 9.º ano também se realizou um inquérito sobre o número de horas de estudo semanal dos alunos.

Na Figura 8 está representado um gráfico circular com os dados do inquérito realizado sobre as atividades de ocupação de tempos livres e um gráfico de barras com o número de horas semanais de estudo dos alunos do 9.º M.

Atividades de ocupação dos tempos livres



Figura 8

13.1. Quantos alunos do 9.º ano não praticam futebol? Apresenta os cálculos que efetuaste.

13.2. Determina o número médio de horas de estudo semanal dos alunos do 9.º M. Apresenta os cálculos que efetuaste.

13.3. Escolhido, ao acaso, um aluno da turma M qual é a probabilidade de ter estudado até 3 horas? Apresenta o resultado na forma de fração.

14. Na Figura 9 estão representados dois ciclistas A e B, pedalando a caminho de um cruzamento. Ao chegar ao cruzamento, ambos continuam em frente. No instante $t = 0$, os ciclistas A e B encontram-se, respetivamente, a 40 metros e a 30 metros do cruzamento. Os ciclistas pedalam ambos à mesma velocidade, que se mantém constante.

Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função que, para cada valor de t , dá a distância d entre os dois ciclistas, no instante t ?

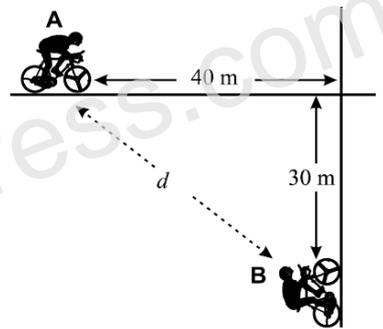
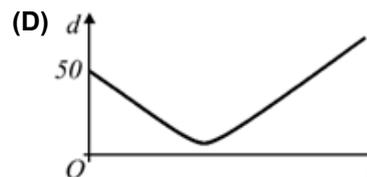
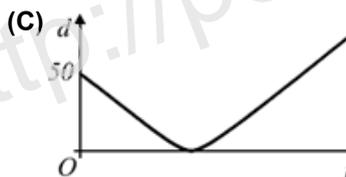
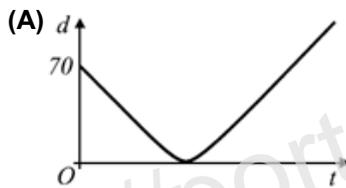


Figura 9



15. Na Figura 10 está representado o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

Admite que P é um ponto móvel em $[EF]$ e que $[PM] \parallel [GC]$ e $[PG] \parallel [MC]$.

Em relação ao prisma quadrangular $[ABCM]$ sabe-se que $\overline{AB} = 5$ e $\overline{GC} = 6$.

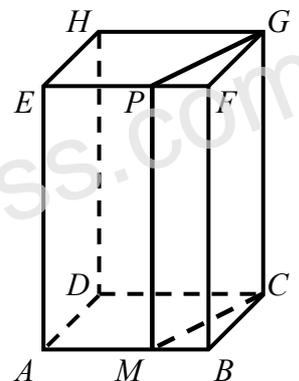


Figura 10

15.1. Determina \overline{PF} sabendo que o volume do prisma $[MBCPFG]$ é um quinto do volume do prisma $[ABCDEFGH]$. Mostra como chegaste à tua resposta.

15.2. Indica a posição relativa da reta PG e do plano ADH .

15.3. Admite agora que $\overline{PF} = 3$ determina a amplitude do ângulo FPG . Apresenta o resultado arredondado às unidades. Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota: Nos cálculos intermédios, conserva uma casa decimal.

15.4. Admite que a amplitude do ângulo FGP é 30° e determina área de $[CMPG]$.

Apresenta o resultado arredondado às centésimas. Apresenta os cálculos que efetuaste.

Nota: Nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

16. Seja α a amplitude de um ângulo agudo. Qual dos seguintes pares de valores pode representar o seno e o cosseno de α ? Transcreve a letra da opção correta.

(A) $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}$

(D) $\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}$

17. Qual das seguintes expressões corresponde ao perímetro da Figura 11?

- (A) $2a + 2b$ (B) $3a + 2b$
 (C) $3a + 3b$ (D) $4a + 2b$

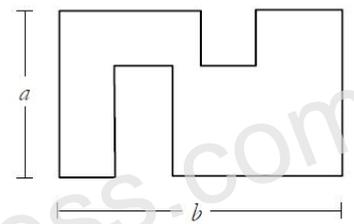


Figura 11

18. Seja k um número real pertencente ao intervalo $]0,1[$ e α um ângulo agudo.

Se $\sin \alpha = k$, qual das seguintes expressões representa o valor de $\cos \alpha$?

- (A) $1 - k$ (B) $1 - k^2$ (C) $-\sqrt{1 - k^2}$ (D) $\sqrt{1 - k^2}$

19. Nas figuras seguintes estão representadas uma imagem da ponte de Högborn em Oresund (Suécia) e um esquema da mesma, onde se ilustra o tabuleiro, os cabos de aço que a sustentam e dois dos seus pilares.



Figura 12

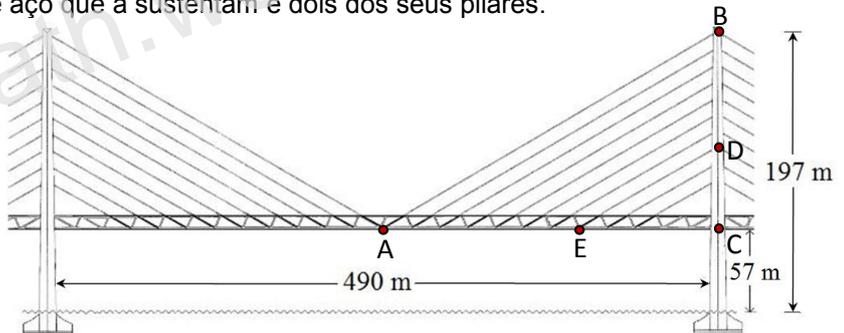


Figura 13

Nota: A figura não está representada à escala.

19.1. Tendo em conta as dimensões da figura, determina o comprimento do maior cabo de aço (\overline{AB}). Apresenta o resultado arredondado às décimas.

19.2. Determina a amplitude do ângulo que o cabo de aço maior faz com o tabuleiro da ponte. Apresenta o resultado arredondado às unidades.

19.3. Sabendo que o triângulo [CDE] é uma redução do triângulo [ABC] de razão $\frac{2}{5}$, determina o valor da área do triângulo [CDE].

20. Seja p um número real.

Determina os valores de p para os quais a equação $-x^2 = 3x + p$ não tem soluções reais.

Apresenta os cálculos que efetuares.

21. Qual das expressões representa o valor da expressão $\left(\frac{1}{a^3}\right)^{-200} \times a^{-800}$? Transcreve a letra da opção correta.

- (A) a^{1400} (B) $\frac{1}{a^{200}}$ (C) a^{200} (D) $\frac{1}{a^{1400}}$

22. Um grupo de amigos decidiu angariar fundos para a Liga de Proteção dos Animais da sua cidade criando o projeto "Um verdadeiro amigo!".

Numa primeira fase apresentaram o seu projeto às empresas locais tendo conseguido angariar 2500 euros.

Não satisfeitos com a quantia angariada decidiram aliar-se a uma iniciativa promovida pela corporação de bombeiros locais que consistia na venda de rifas cujo preço unitário era de 1,50 euros, revertendo 15% deste valor para o projeto.

Quantas rifas deverão vender para conseguir angariar com o seu projeto mais de 3000 euros?

Mostra como chegaste à tua resposta.

23. Para a decoração das mesas do baile de finalistas decidiu-se fazer dois tipos de arranjos florais com rosas e gerberas.

Sabe-se que cada rosa custa 1,20 euros e cada gerbera 30 centimos, tendo-se gasto 88,80 euros no total.

Sabendo que se compraram mais 11 gerberas do que rosas, determina quantas rosas se compraram.

Mostra como chegaste à tua resposta.

24. Considera o retângulo [ABCD] em que $\overline{AB} = 5$ e $\overline{BC} = 6$.

Qual é a área do quadrado que tem como lado a diagonal do retângulo [ABCD]?

Mostra como chegaste à tua resposta.

25. Considera a Figura 14 onde está representado um retângulo, no qual estão contidos um quadrado e um triângulo isósceles.

Sabe-se que $F \in [EH]$; $\overline{AB} = 12$; $\overline{BC} = 8$ e $\overline{BE} = x$.

Atendendo às dimensões da figura, determina o(s) valor(es) de x para o(s) qual(is) a área a sombreado é igual a 42.

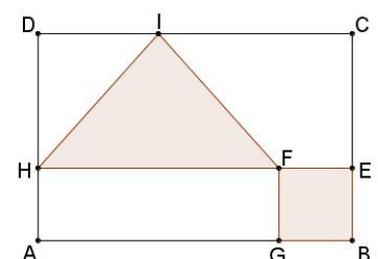


Figura 14

26. Indica um número irracional pertencente ao intervalo $\left[\frac{1}{10}; \frac{1}{5}\right]$.

Bom Trabalho!!!