Nome:________________________________ N.º: ___ Turma: ___ Classificação:________________

Professor:____________________________ Enc. Educação: ______________________________

9.º Ano

Ficha de Avaliação de Matemática – Versão 2

Duração do Teste: 90 minutos | maio de 2012

3.º Ciclo do Ensino Básico – 9.º ano de Escolaridade

Instruções

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta.
Não é permitido o uso de corretor. Sempre que precisares de alterar ou de anular uma resposta, risca, de forma clara, o que pretendes que fique sem efeito.
Escreve, de forma legível, a resposta de cada item. As respostas ilegíveis são classificadas com zero pontos.
Para cada item, apresenta apenas uma resposta. Se apresentares mais do que uma resposta a um mesmo item, só a primeira é classificada.
Podes utilizar a máquina de calcular com que habitualmente trabalhas.
O teste inclui **cinco** itens de escolha múltipla.
Em cada um deles, são indicadas quatro opções de resposta, das quais só uma está correta.
Deves escrever na folha de teste a letra da opção que selecionares para responder ao item. **Não apresentes cálculos, nem justificações nestes itens.** Se apresentares mais do que uma letra, a resposta é classificada com zero pontos.
As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.
O teste inclui, nesta página, um formulário.

Formulário

Geometria

Perímetro do círculo: $2\pi r$, sendo r o raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $Base \times Altura$

Losango: $\dfrac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\dfrac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Apótema \times \dfrac{Perímetro}{2}$

Círculo: πr^2, sendo r o raio do círculo

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\dfrac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Álgebra

Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau

da forma $ax^2 + bx + c = 0$: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\operatorname{tg} x = \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$

1. No Gráfico 1, está representado o número de exercícios resolvidos numa aula de Matemática pelos alunos de duas turmas A e B.

1.1. Determina a média do número de exercícios resolvidos pelos alunos da turma B.
Apresenta os cálculos que efetuaste.

1.2. Escolhendo, ao acaso, um aluno da turma A, determina qual é a probabilidade de ele ter resolvido pelo menos 6 exercícios.
Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

1.3. A professora de Matemática decidiu de entre os alunos que resolveram 8 exercícios escolher, ao acaso, dois para participarem nas Olimpíadas Portuguesas de Matemática.
Determina a probabilidade de escolher dois alunos da mesma turma.
Mostra como chegaste à tua resposta.

Gráfico 1

2. Na Figura 1, estão representadas, num referencial cartesiano, as retas r, s e t.
Sabe-se que:

- a reta r é definida por $y = -x + 5$
- a reta s é definida por $y = \frac{2}{3}x - 2$
- a reta t é definida por $x = 2$
- os pontos A e D são os pontos de intersecção das retas r e t, respetivamente, com o eixo das abcissas
- os pontos B e F são os pontos de intersecção das retas r e s, respetivamente, com o eixo das ordenadas
- o ponto E é o ponto de intersecção das retas r e s
- o ponto C é o ponto de intersecção das retas r e t

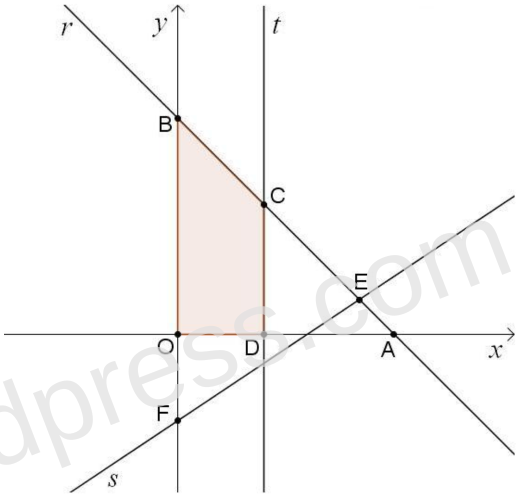


Figura 1

2.1. Determina as coordenadas do ponto E.
Mostra como chegaste à tua resposta.

2.2. Determina a área de $[OBCD]$.
Mostra como chegaste à tua resposta.

3. Na Figura 2, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de conjuntos de quadrados brancos e pretos que segue a lei de formação sugerida.
Há um termo da sequência que tem 529 quadrados pretos.
Quantos quadrados brancos tem esse termo?
Mostra como chegaste à tua resposta.

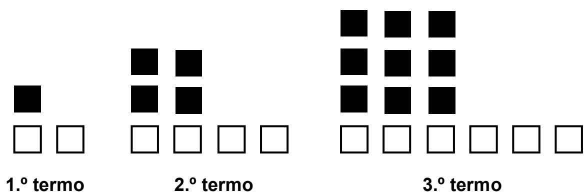


Figura 2

4. Considera os conjuntos $A = \left[-\sqrt{73}; 3\pi\right[$ e $B = \left]-\infty; -\frac{25}{3}\right[$.

Qual dos seguintes conjuntos é igual a $A \cap B$?
Transcreve a letra da opção correta.

(A) $\left[-\sqrt{73}\ ;\ -\frac{25}{3}\right[$ **(B)** $\left]-\frac{25}{3}\ ;\ 3\pi\right[$ **(C)** $\left]-\infty\ ;\ 3\pi\right[$ **(D)** $\left[-\sqrt{73}\ ;\ 3\pi\right[$

5. Para um certo número inteiro k, a expressão 2^k é igual a $\left(\frac{1}{16}\right)^{-3}$.

Qual é esse número k?

6. Resolve a equação seguinte.

$$\frac{(x-3)^2}{2} = 1 - \frac{x-4}{3}$$

Apresenta os cálculos que efetuares.

7. No referencial cartesiano da Figura 3, estão representadas parte do gráfico da função f definida por $y = \frac{12}{x}\ (x > 0)$.

Sabe-se que:

• o ponto B pertence ao gráfico da função

• o ponto A pertence ao eixo das abcissas

Qual é a área de [OAB]?

Transcreve a letra da opção correta.

(A) 24 **(B)** 12

(C) 6 **(D)** 4

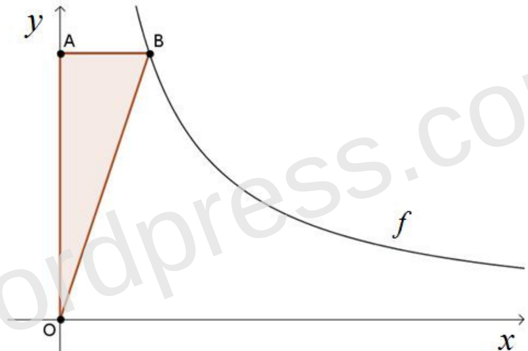


Figura 3

8. Na Figura 4, está representada uma circunferência, de centro O, em que:

• A, C, D e E são pontos da circunferência

• o segmento de reta $[AD]$ é um diâmetro

• $[ABCO]$ é um quadrado de área $64\,cm^2$

• $E\hat{D}A = 25°$

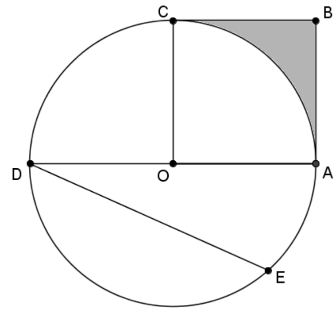


Figura 4

8.1. Determina o perímetro da região a sombreado.
Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às unidades.
Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

8.2. Determina a amplitude de uma rotação de centro em O que transforme o ponto C no ponto E.
Mostra como chegaste à tua resposta.

9. Na Figura 5 está representado um esquema do trajeto diário que a Ana faz de sua casa para a escola.
Admite que:

• A representa a casa da Ana

• B representa a casa da Beatriz

• C representa a casa da Carlota

Sabe-se que todas as manhãs a Ana, parte de sua casa e passa por casa da Beatriz e da Carlota no seu trajeto para a escola, tal como é sugerido pelas setas na figura 5, e que faz todo o trajeto a uma velocidade constante.

Qual dos gráficos seguintes dá a distância d, da Ana a sua casa, em função do tempo t, contado a partir do instante em que a Ana inicia o seu trajeto de casa à escola?

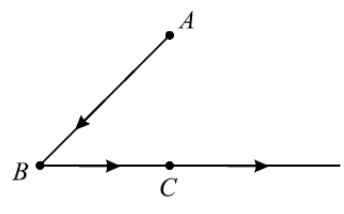
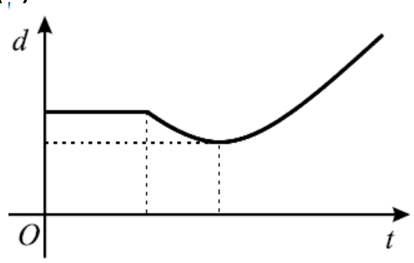
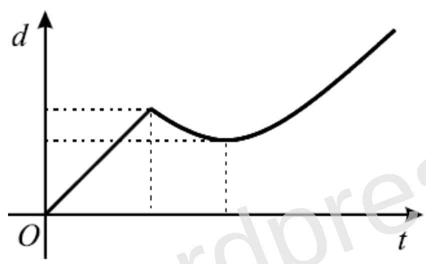


Figura 5

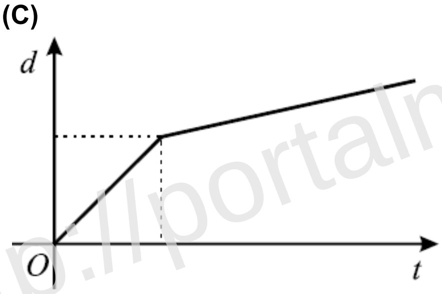
(A)



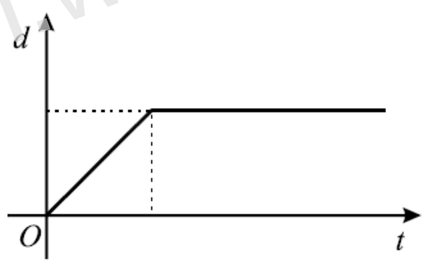
(B)



(C)



(D)



10. Relativamente à Figura 6, sabe-se que:

- o triângulo $[ACD]$ é retângulo em C
- o ponto B pertence ao segmento de reta $[AD]$
- o triângulo $[BCD]$ é retângulo em B
- $\overline{CD} = 2\overline{DB}$
- a área do triângulo $[ACD]$ é 64

Qual o valor da área de $[BCD]$?

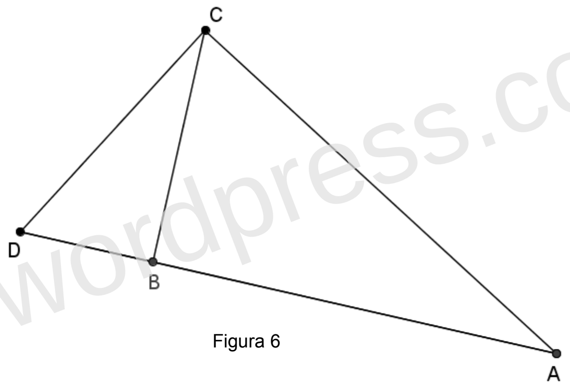


Figura 6

11. Na Figura 7, está representado um sólido que pode ser decomposto num cilindro e num cone, ambos de revolução. Sabe-se ainda que:

- A base superior do cilindro coincide com a base do cone
- O ponto O é o centro da base do sólido
- $\overline{AB} = 10\,cm$
- $\overline{BC} = 12\,cm$

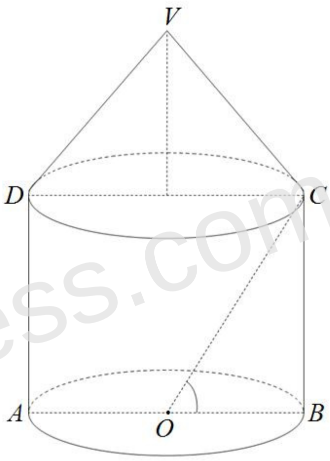


Figura 7

11.1. Qual é a posição da reta VD relativamente ao plano que contém a base do sólido?
Transcreve a letra da opção correta.

(A) Contida no plano. **(B)** Estritamente paralela.
(C) Concorrente perpendicular. **(D)** Concorrente oblíqua.

11.2. Qual é a amplitude, em graus, do ângulo BOC ?
Escreve o resultado arredondado às unidades.
Mostra como chegaste à tua resposta.

11.3. Supõe que o volume total do sólido é $1272\,cm^3$.
Determina a altura do cone.
Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.
Apresenta todos os cálculos que efetuares.
Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

11.4. Admite agora que $V\hat{C}D = 68°$.
Determina $\overline{VC}$.
Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às centésimas.
Apresenta todos os cálculos que efetuares.
Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, quatro casas decimais.

12. Seja m um número real.

Para que valores de m a equação $3x^2 - 5x = -m$ tem duas raízes reais distintas?
Transcreve a letra da opção correta.

(A) $\left[\frac{25}{12}; +\infty\right[$ **(B)** $\left]\frac{25}{12}; +\infty\right[$ **(C)** $\left]-\infty; \frac{25}{12}\right]$ **(D)** $\left]-\infty; \frac{25}{12}\right[$

FIM

Cotações

Questão	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	3	4	5	6	7	8.1	8.2	9	10	11.1	11.2	11.3	11.4	12
Cotação	5	4	6	7	6	6	5	4	8	5	5	4	5	5	5	5	5	5	5

SOLUÇÕES

Versão 2

1.1. $\overline{x} = 6,2$.

1.2. $p = \frac{11}{14}$

1.3. $p(alunos\ mesma\ turma) = \frac{7}{15}$. Nota: Usa uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore.

2.1. $E(4,2;0,8)$. Nota: As coordenadas do ponto E são a solução do sistema: $\begin{cases} y = -x+5 \\ y = \frac{2}{3}x - 2 \end{cases}$.

2.2. $A_{Trapézio} = \frac{5+3}{2} \times 2 = 8$. Nota: $B(0,5); C(2,3)$ e $D(2,0)$, logo $\overline{OB} = 5$; $\overline{DC} = 3$ e $\overline{OD} = 2$.

3. Esse termo tem 46 quadrados brancos. Nota: É o 23.º termo ($n = \sqrt{529} = 23$) e o termo geral da sequência dos quadrados brancos é $2n$, logo o número de quadrados brancos é $2 \times 23 = 46$.

4. (A)

5. $k = 12$. Nota: $\left(\frac{1}{16}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2^4}\right)^{-3} = \left(2^{-4}\right)^{-3} = 2^{12}$.

6. $S = \left\{1, \frac{13}{3}\right\}$. Nota: A forma canónica desta equação é $3x^2 - 16x + 13 = 0$.

7. (C)

8.1. O perímetro é, aproximadamente, $29\ cm$. Nota: $r_{\odot} = \sqrt{64} = 8\,cm$; $\frac{P_{\odot}}{4} = \frac{16\pi}{4} = 4\pi\,cm$.

$P_{Sombreado} = \overline{AB} + \overline{BC} + arco AC = 8 + 8 + 4\pi = 16 + 4\pi \simeq 29\,cm$.

8.2. A amplitude da rotação é 220^o ou -140^o. Nota: $\overset{\frown}{AE} = 50°$; $\overset{\frown}{DE} = 180° - 50° = 130°$ e $\overset{\frown}{CDE} = 90° + 130° = 220°$.

9. (B)

10. A área é 16. Nota: Desenha os dois triângulos na mesma posição para concluíres que a razão de semelhança da redução é igual a $\frac{1}{2}$, logo $\frac{A_{final}}{A_{inicial}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{\Delta[BCD]}}{A_{\Delta[ACD]}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow A_{\Delta[BCD]} = 64 \times \frac{1}{4} \Leftrightarrow A_{\Delta[BCD]} = 16$.

11.1. (D)

11.2. $B\hat{O}C \simeq 67^o$. Nota: $tan\left(B\hat{O}C\right) = \frac{12}{5} \Leftrightarrow B\hat{O}C = tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right) \Leftrightarrow B\hat{O}C \simeq 67°$.

11.3. A altura do cone é, aproximadamente, $12,6\ cm$. Nota: considera que h representa o valor da altura do cone.

$A_b = A_{\odot} = \pi \times 5^2 = 25\pi$; $V_{Sólido} = V_{cilindro} + V_{cone} \Leftrightarrow 1272 = 25\pi \times 12 + \frac{25\pi \times h}{3} \Leftrightarrow 3816 = 900\pi + 25\pi \times h$

$\Leftrightarrow 25\pi \times h = 3816 - 900\pi \Leftrightarrow h = \frac{3816 - 900\pi}{25\pi} \Leftrightarrow h \simeq 12,6\,cm$.

11.4. $\overline{VC} = 13,35\,cm$.. Nota: $cos\,68° = \frac{5}{\overline{VC}} \Leftrightarrow \overline{VC} = \frac{5}{cos\,68°} \Leftrightarrow \overline{VC} \simeq 13,35\,cm$.

12. (D). Nota: duas soluções reais distintas $\rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (-5)^2 - 4 \times 3 \times m > 0 \Leftrightarrow -12m > -25 \Leftrightarrow m < \frac{25}{12}$.