SOLUÇÕES

1.1. Considera $A(x,0)$ e $B(x,y)$. Como o ponto B pertence à função f verifica a sua expressão analítica ($f(x)=3x^2$, ou seja, $y=3x^2$), deste modo $B(x,3x^2)$. A área de $[AOBC]$ é dada por $A_{\square}=x\times y=x\times 3x^2=3x^3$. Como sabemos que a área de $[AOBC]$ é 24 temos $3x^3=24 \Leftrightarrow x^3=8 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{8} \Leftrightarrow x=2$. Logo a abcissa do ponto A é 2.

1.2. $f(-3)=3(-3)^2=3\times 9=27$. O ponto do gráfico de f de abcissa -3 tem imagem 27.
Logo o ponto de coordenadas $(-3,18)$ não pertence ao gráfico de f.

2.1. O ponto A pertence ao eixo das abcissas logo terá coordenadas do tipo $A(x,0)$, como também pertence ao gráfico da função f tem de verificar a sua expressão analítica.
Substituindo obtemos $0=\frac{4}{3}x+8 \Leftrightarrow -\frac{4}{3}x=8 \Leftrightarrow x=-6$, ou seja, a abcissa de A é -6. Deste modo $A\ (-6,0)$.

2.2. Sabe-se que $g(x)=\frac{k}{x}$. Como a área de $[EFO]$ é 12 então $k=x\times y=2\times 12=24$.

Deste modo a expressão analítica da função é $g(x)=\frac{24}{x}$.

2.3. $A(-6,0)$ e $B(0,8)$. Sabe-se que é um ponto do gráfico de g e a sua ordenada é 8, então $C(x,8)$. Como C é um ponto do gráfico de g, substituindo na expressão algébrica obtemos o valor da abcissa, ou seja, $g(x)=\frac{24}{x} \Leftrightarrow 8=\frac{24}{x} \Leftrightarrow x=\frac{24}{8} \Leftrightarrow x=3$, logo $C(3,8)$. $A_{[ABCD]}=\frac{\overline{AD}+\overline{BC}}{2}\times\overline{CD}=\frac{9+3}{2}\times 8=6\times 8=48$.

3. $S=\left\{\frac{3}{16};3\right\}$. Nota: $\frac{x+1}{4}-\frac{(3-2x)^2}{3}=-2 \Leftrightarrow \frac{x}{4}+\frac{1}{4}-\frac{9-12x+4x^2}{3}=-2 \Leftrightarrow 3x+3-36+48x-16x^2=-24 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -16x^2+51x-9=0 \Leftrightarrow x=\frac{-51\pm\sqrt{2025}}{-32} \Leftrightarrow x=3 \vee x=\frac{3}{16}$.

4.1. O ângulo AEB é um ângulo inscrito e o seu arco correspondente é o arco menor AB. Logo $\overset{\frown}{AB}=2\times A\hat{E}B=2\times 70°=140°$. O ângulo AOB é um ângulo ao centro e o seu arco correspondente é o arco menor AB. Então $A\hat{O}B=\overset{\frown}{AB}=140°$.

4.2. $A\hat{C}B=\frac{\overset{\frown}{AEB}-\overset{\frown}{AB}}{2}=\frac{220°-140°}{2}=\frac{80°}{2}=40°$ (ângulo excêntrico interior); $D\hat{C}A=180°-40°=140°$.

4.3. $P_{\odot}=12\pi \Leftrightarrow 2\pi r=12\pi \Leftrightarrow r=6\,cm$; $A_{\odot}=\pi r^2=36\pi\,cm^2$; $A_s=\frac{36\pi\times 140°}{360°}=14\pi\approx 43,98\,cm^2$.

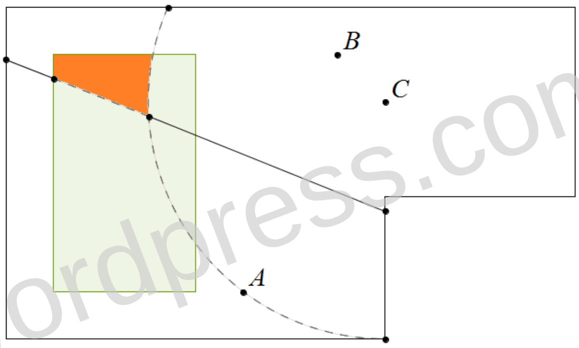
5. (B). Nota: 19 é um número primo logo só é divisível por 1 e por 19; $a\times b^2$ não é divisível por 19.

6.1. 13 quadrados brancos. Nota: Termo geral do número de quadrados cinzentos da figura n: n^2+1. Logo $n^2+1=145 \Leftrightarrow n^2=144 \Rightarrow n=\sqrt{144}=12$, ou seja, o termo que tem 145 quadrados cinzentos é o termo de ordem 12. Logo no $12.°$ termo temos $12+1=13$ quadrados brancos.

6.2.1. (D). Nota: $\overrightarrow{AJ}-\overrightarrow{VP}=\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{PV}=\overrightarrow{IP}+\overrightarrow{PV}=\overrightarrow{IV}$

6.2.2. Seja $\overline{CD}=x$. Usando o Teorema de Pitágoras podemos concluir que: $\overline{CM}^2=\overline{CF}^2+\overline{FM}^2 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \sqrt{117}^2=(3x)^2+(2x)^2 \Leftrightarrow 117=13x^2 \Leftrightarrow 9=x^2 \Rightarrow x=\sqrt{9}=3$ porque se trata de um comprimento, ou seja, o raio da circunferência é 6. Logo $P_{\odot}=2\pi r=2\pi\times 6=12\pi$.

7. A porção da planta do jardim relativa à zona onde a mãe da Inês deve plantar a oliveira é a que se encontra sombreada a cor mais escura (laranja).



8. (B). <u>Nota:</u> $(x-3)(3x+1)=0 \Leftrightarrow 3x^2+x-9x-3=0 \Leftrightarrow 3x^2-8x-3=0 \Leftrightarrow 3x^2-8x=3$.

9.1. Os três lados do triângulo $[BDF]$ são iguais, porque a arcos iguais correspondem cordas iguais e cada um dos seus ângulos internos tem amplitude $60°$, dado que cada um destes ângulos está inscrito num arco de circunferência cuja amplitude é $120°$.

9.2. Como o hexágono é regular $\overline{OB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EO}$ (o hexágono regular pode ser decomposto em 6 triângulos equiláteros). Logo $P_{[ABCD]}=20 \Leftrightarrow 5\times\overline{OA}=20 \Leftrightarrow \overline{OA}=4$ e como tal $A_{\odot}=\pi r^2=16\pi$.

Determinar o comprimento da apótema do hexágono $[ABCDEF]$: $\overline{OB}^2=ap^2+\left(\frac{\overline{CB}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 16=ap^2+4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ap^2=12 \Rightarrow ap=\sqrt{12}$ porque se trata de um comprimento.

$$A_s=\left(A_{\odot}-A_{[ABCDEF]}\right)\times\frac{2}{6}=\left(16\pi-\frac{P_{[ABCDEF]}\times apótema}{2}\right)\times\frac{2}{6}=\left(16\pi-\frac{24\times\sqrt{12}}{2}\right)\times\frac{2}{6}=\left(16\pi-12\sqrt{12}\right)\times\frac{2}{6}\simeq 2{,}9\,cm^2$$

ou $A_{sombreada}=A_{setor\ circular}-A_{[OBCD]}=\frac{16\pi\times120°}{360°}-2A_{\Delta}=\frac{16\pi}{3}-2\times\frac{4\times\sqrt{12}}{2}=\frac{16\pi}{3}-4\sqrt{12}\simeq 2{,}9\,cm^2$ ($ap=$altura do Δ)

9.3. $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{DB}$ **ou** $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{EA}$.

9.4. (D). **9.5.** (B).

10. $\begin{cases}12x+18y=216\\ x=3y\end{cases}$

11.1. (A). <u>Nota:</u> $\overline{DC}=4$ e $\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{DC}=6+4=10$ logo $r=\frac{comp.\ final}{comp.\ inicial}=\frac{\overline{DC}}{\overline{AC}}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

11.2. $\overset{\frown}{IAJ}=360°-120°=240°$. <u>Nota:</u> $I\hat{A}J=180°-90°-30°=60°$, logo $\overset{\frown}{IJ}=2\times I\hat{A}J=2\times60°=120°$.

11.3. $\overline{DC}^2=\overline{DE}^2+\overline{CE}^2 \Leftrightarrow 4^2=2^2+\overline{CE}^2 \Leftrightarrow 16=4+\overline{CE} \Leftrightarrow 12=\overline{CE}^2 \Leftrightarrow \overline{CE}=\sqrt{12}$.

Para determinar $\overline{BC}$ temos dois processos possíveis:

- Pela alínea **11.1** $\overline{BC}=\overline{CE}\times\frac{5}{2}=\frac{5}{2}\sqrt{12}=\frac{5}{2}\sqrt{2^2\times3}=\frac{5}{2}\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}=\frac{5}{2}\times2\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$.
- $\overline{AB}=\frac{10\times2}{4}=5$

Usando o Teorema de Pitágoras: $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2 \Leftrightarrow 10^2=5^2+\overline{BC}^2 \Leftrightarrow 75=\overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{BC}=\sqrt{75}$ (dado que se trata de um comprimento), ou seja, $\overline{BC}=\sqrt{3\times5^2} \Leftrightarrow \overline{BC}=\sqrt{3}\times\sqrt{5^2} \Leftrightarrow \overline{BC}=5\sqrt{3}$.

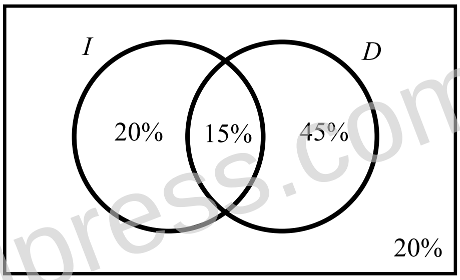
12. $p\left(Carlos\ ser\ escolhido\right)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

<u>Nota:</u> Usa uma tabela de dupla entrada.

	M1	M2	M3	M4
C	x	x	x	x
A2				
A3				

http://portalmath.wordpress.com

13. $p\left(I \cap \overline{D}\right) = 20\% = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$. <u>Nota:</u> Usa um diagrama de Venn (ver ao lado).



14.1. (C).

14.2. $V_{[EIJHP]} = 72 \Leftrightarrow \dfrac{A_{[EIJH]} \times \overline{EI}}{3} = 72 \Leftrightarrow A_{[EIJH]} \times \overline{EI} = 216$; $V_{Sólido} = V_{[ABCDEFGH]} + 2 \times V_{[EIJHP]} = V_{[ABCDEFGH]} + 2 \times 72 =$

$= A_{[ABCD]} \times \overline{BF} + 144 = 3 \times A_{[EIJH]} \times \dfrac{1}{2}\overline{EI} + 144 = \dfrac{3}{2} \times A_{[EIJH]} \times \overline{EI} + 144 = \dfrac{3}{2} \times 216 + 144 = 468\,cm^3$

14.3. (D).

15. $p(\textit{ser divisível por } 3 \textit{ e } 5) = \dfrac{2}{30} = \dfrac{1}{15}$. <u>Nota:</u> O número de casos possíveis é o número de bolas vermelhas, logo temos 30 casos possíveis. Há 2 casos favoráveis, pois apenas as bola com os números 45 e 60 são vermelhas e divisível por 3 e 5.

16. (C). <u>Nota:</u> $(a-2x)^2 + a^2 = x^2 - 4ax \Leftrightarrow a^2 \cancel{-4ax} + 4x^2 + a^2 = x^2 \cancel{-4ax} \Leftrightarrow 4x^2 - x^2 + 2a^2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2a^2 = 0$.

17. $(x,y) = (-6,3)$. <u>Nota:</u> $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{2(2y-1)}{5} = -4 \\ 5y - 3(1-x) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow (\ldots) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 12y = -66 \\ 3x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5\left(\dfrac{-3-5y}{3}\right) - 12y = -66 \\ x = \dfrac{-3-5y}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -15 - 25y - 36y = -198 \\ x = \dfrac{-3-5y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow (\ldots) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -6 \end{cases}$.

18. O retângulo $[ABCD]$ pode ser decomposto em $32(8 \times 2 \times 2)$ triângulos geometricamente iguais ao triângulo $[ECF]$. Logo, a área de $A_{[ABCD]} = 32 \times A_{\Delta[ECF]} = 32 \times 12 = 384$.

19. (C). <u>Nota:</u> $p(azul) = 100\% - 45\% = 55\% = 0{,}55 = \dfrac{55}{100} = \dfrac{11}{20} = \dfrac{22}{40}$, ou seja, 22 casos favoráveis em 40 possíveis.

20. (C). <u>Nota:</u> $a^9 \times \left(\dfrac{1}{a^6}\right)^2 = a^9 \times \left(a^{-6}\right)^2 = a^9 \times a^{-12} = a^{-3} = \left(a^3\right)^{-1} = k^{-1} = \dfrac{1}{k}$.

21. Sabe-se que $f(x) = ax^2$. Como o ponto de coordenadas $(-2,8)$ pertence ao gráfico da função f então $8 = a(-2)^2 \Leftrightarrow 8 = 4a \Leftrightarrow a = 2$. Logo $f(x) = 2x^2$.

22.1. Termo geral do par ordenado de ordem n: $(-n+1;\, 2n+1)$. O nono termo da sequência é $(-8,19)$.

22.2. (C).

23.1. A reta é estritamente paralela ao plano.

23.2. $V_{[EHIJK]} = \dfrac{A_{[EHIJ]} \times \overline{BF}}{3} \Leftrightarrow 96 = \dfrac{A_{[EHIJ]} \times \overline{BF}}{3} \Leftrightarrow 288 = A_{[EHIJ]} \times \overline{BF}$.

$V_{[ABCDEFGH]} = A_{[ABCD]} \times \overline{BF} = 2 \times A_{[EHIJ]} \times \overline{BF} = 2 \times 288 = 576\,cm^3$.

http://portalmath.wordpress.com