SOLUÇÕES

1.1. $A(0;4)$. Nota: a ordenada na origem da reta r é 4.

1.2. O ponto B pertence ao eixo das abcissas logo terá coordenadas do tipo $B(x,0)$, como também pertence à reta r tem de verificar a sua expressão analítica, substituindo obtemos $0=-\frac{2}{3}x+4 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x=4 \Leftrightarrow x=6$, ou seja, a abcissa de B é 6.

1.3. O ponto D tem ordenada igual a -3, logo é da forma $D(x,-3)$, como também pertence à reta r tem de verificar a sua expressão analítica, substituindo obtemos $-3=-\frac{2}{3}x+4 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x=7 \Leftrightarrow x=\frac{21}{2}$.

Deste modo: $A_{[OBCD]}=A_{Trapézio}=\frac{B+b}{2}\times h=\frac{6+\frac{21}{2}}{2}\times 3=\frac{33}{4}\times 3=\frac{99}{4}$.

2. (B). Nota: $\frac{1}{n^6}\times n^{12}=n^{-6}\times n^{12}=n^6=\left(n^2\right)^3=k^3$.

3. $\begin{cases} y-\frac{2x-1}{3}=-2 \\ x+3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow (\ldots) \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+3y=-7 \\ x+3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow (\ldots) \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$, logo $(x,y)=(2,-1)$.

4. (D). Nota: $(2x-3)^2-x^2=9 \Leftrightarrow 4x^2-12x+\cancel{9}-x^2=\cancel{9} \Leftrightarrow 3x^2-12x=0$

5. $b\in\left]2;+\infty\right[$. Nota: $2x^2-4x+b=0$. Para esta equação não ter soluções reais o binómio discriminante tem de ser negativo, ou seja, $\Delta<0 \Leftrightarrow (-4)^2-4\times 2\times b<0 \Leftrightarrow 16-8b<0 \Leftrightarrow -8b<-16 \Leftrightarrow b>2$.

6. $S=\left]\frac{1}{9};+\infty\right[$. Nota: $\frac{2}{3}-\frac{3x-1}{2}<1 \Leftrightarrow \frac{2}{3}-\frac{3x}{2}+\frac{1}{2}<1 \Leftrightarrow 4-9x+3<6 \Leftrightarrow -9x<-1 \Leftrightarrow x>\frac{1}{9}$

7. A abcissa de G é $2+\sqrt{45}$. Nota: $P_\square=12$ logo $l_\square=3$, deste modo usando o Teorema de Pitágoras podemos concluir que: $\overline{AE}^2=\overline{AB}^2+\overline{BE}^2 \Leftrightarrow \overline{AE}^2=3^2+6^2 \Leftrightarrow \overline{AE}^2=45 \Leftrightarrow \overline{AE}=\pm\sqrt{45} \Rightarrow \overline{AE}=\sqrt{45}$ porque se trata de um comprimento. Deste modo, a abcissa de G é $2+\sqrt{45}$ ou $2+3\sqrt{5}$ dado que $\sqrt{45}=\sqrt{9\times 5}=\sqrt{9}\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$.

8. $S=\{-2;1\}$. Nota: $2x(x-1)-x^2=2-3x \Leftrightarrow 2x^2-2x-x^2=2-3x \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2} \Leftrightarrow x=-2 \vee x=1$

9.1. A ordenada do ponto C é -8. Nota: a ordenada na origem da reta s é -8.

9.2. O ponto B pertence ao eixo das abcissas logo terá coordenadas do tipo $B(x,0)$, como também pertence à reta r tem de verificar a sua expressão analítica, substituindo temos $0=-\frac{2}{3}x+6 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x=6 \Leftrightarrow x=9$, logo a abissa de B é 9.

9.3. $\overline{AB}=\sqrt{117}$. Nota: pela ordenada na origem da reta r concluímos que $A(0,6)$ logo $\overline{OA}=6$. Pela alínea anterior como $B(9,0)$ então $\overline{OB}=9$. Usando o Teorema de Pitágoras obtemos: $\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2=6^2+9^2$ $\Leftrightarrow \overline{AB}^2=117 \Leftrightarrow \overline{AB}=\pm\sqrt{117} \Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{117}$ porque se trata de um comprimento.

9.4. $E=(6;2)$. Nota: O ponto E é o ponto de interseção da reta r com a reta s, resolvendo o sistema obtemos

$$\begin{cases} y=-\frac{2}{3}x+6 \\ y=\frac{5}{3}x-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{3}x-8=-\frac{2}{3}x+6 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-24=-2x+18 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=42 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=\frac{5}{3}\times 6-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$$, logo $E=(6;2)$.

10.1. 80 quadrados. Nota: Termo geral do número de quadrados da figura n: $n+2$. O termo que tem 78 circunferências é o termo de ordem 78. Logo no $78.^{\text{o}}$ termo temos $78+2=80$ quadrados.

OU

Repara que há sempre mais 2 quadrados que circunferências em cada termo e o número de circunferências é igual ao número do termo (ordem do termo). Logo o $78.^{\text{o}}$ termo terá 78 circunferências e, como tal, 80 quadrados $(78+2=80)$.

10.2.1. $P_{\odot}=4\pi$. Nota: Considera x o comprimento de cada quadrado. Aplicando o Teorema de Pitágoras podemos concluir que $\overline{EI}^2=(2x)^2+(2x)^2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{128}\right)^2=8x^2 \Leftrightarrow 16=x^2 \Leftrightarrow x=\pm 4 \Rightarrow x=4$ porque é um comprimento.

Então $r_{\odot}=4\div 2=2$ e como tal $P_{\odot}=2\pi\times 2=4\pi$.

10.2.2. (B). Nota: $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{BI}$.

11. (B). Nota: Como a e b são números primos distintos, podemos concluir que a^2 só é divisível por a^2, a e 1, enquanto b é divisível apenas por b e 1, ou seja, o maior divisor comum entre a^2 e b é 1.

12. $p(sílaba\ palavra\ ROLETA)=\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$.

Nota: Usa uma tabela de dupla entrada.

	R	O	L	E	T	A
R	RR	**RO**	RL	RE	RT	RA
O	OR	OO	OL	OE	OT	OA
L	LR	LO	LL	**LE**	LT	LA
E	ER	EO	EL	EE	ET	EA
T	TR	TO	TL	TE	TT	**TA**
A	AR	AO	AL	AE	AT	AA

13.1. As raparigas realizaram, em média, $1{,}6$ exercícios. Nota: $\bar{x}=\dfrac{0\times 4+1\times 3+2\times 4+3\times 3+4\times 1}{15}=\dfrac{24}{15}=1{,}6$.

13.2. (D). Nota: há 16 rapazes (número par), logo a mediana vai ser a média dos dois valores centrais (8.º e 9.º). Ordenando os valores (por ordem crescente por exemplo) obtemos $\cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{1}\ \cancel{1}\ \cancel{1}\ 2\ 3\ \cancel{3}\ \cancel{3}\ \cancel{3}\ \cancel{3}\ \cancel{4}\ \cancel{4}\ \cancel{4}$, logo $mediana=\tilde{x}=\dfrac{2+3}{2}=2{,}5$.

13.3. $p(rapariga\ e\ ter\ realizado\ 3\ exercícios)=\dfrac{3}{31}$.