SOLUÇÕES

1.1. Como a mediana é $13,5$ podemos concluir que o número de alunos é par e que a mediana será $\frac{13+14}{2}=13,5$.

Como $8+7=15$ (n.º de alunos com idade superior ou igual a 14) então $5+6+a=15$ (temos de ter o mesmo n.º de alunos com idade inferior ou igual a 13), logo $a=4$.

1.2.1. A média das idades dos alunos inscritos no Desporto Escolar é $13,125$ anos.

Nota: $\overline{x}=\frac{11\times11+19\times12+14\times13+21\times14+15\times15}{80}=13,125$.

1.2.2. $p\left(ter\ \ pelo\ \ menos\ 13\ anos\right)=\frac{31}{50}$. Nota: casos possíveis → alunos que praticam natação + alunos que praticam dança; casos favoráveis → alunos com 13 ou mais anos que esteja na natação ou na dança.

2. $S=\left\{2;\frac{56}{9}\right\}$. Nota: $\frac{x+1}{3}-\frac{3(x-4)^2}{2}=-5 \Leftrightarrow 2x+2-9x^2+72x-144=-30 \Leftrightarrow -9x^2+74x-112=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-74\pm\sqrt{5476-4032}}{-18} \Leftrightarrow x=\frac{56}{9} \vee x=2$

3. $p\left(código\ novo\ ser\ número\ par\right)=\frac{6}{23}$. Nota: Número de casos possíveis: $4\times3\times2\times1-1=24-1=23$, repara que aos 24 há que retirar 1 (o código antigo), logo existe a possibilidade de formar 23 códigos novos; Número de casos favoráveis: $3\times2\times1=6$. Ou escreve todos os casos possíveis e verifica que há apenas 6 códigos pares nos 23 códigos novos que é possível fazer.

4. (D).

5.1. A ordenada na origem da reta r é 8, logo a ordenada do ponto B é 8.

5.2. $P_{\odot}=2\sqrt{52}\pi$. Nota: a ordenada na origem da reta s é 4, logo $C(0;4)$. O ponto D pertence ao eixo das abcissas logo terá coordenadas do tipo $D(x,0)$, como também pertence à reta s tem de verificar a sua expressão analítica, substituindo obtemos $0=-\frac{2}{3}x+4 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x=4 \Leftrightarrow x=6$, ou seja, a abcissa de D é 6. Usando o Teorema de Pitágoras obtemos o valor do raio: $\overline{CD}^2=\overline{OC}^2+\overline{OD}^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2=4^2+6^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2=52 \Leftrightarrow \overline{CD}=\pm\sqrt{52} \Rightarrow \overline{CD}=\sqrt{52}$ porque se trata de um comprimento. $P_{\odot}=2\pi r=2\sqrt{52}\pi$.

5.3. $E=(-3;6)$. Nota: O ponto E é o ponto de interseção da reta r com a reta s, resolvendo o sistema obtemos:

$$\begin{cases} y=-\frac{2}{3}x+4 \\ y=\frac{5}{6}x+\frac{17}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2}{3}x+4=\frac{5}{6}x+\frac{17}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x+24=5x+51 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9x=27 \\ \_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=\frac{5}{6}\times(-3)+\frac{17}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=6 \end{cases}$$

, logo $E=(-3;6)$.

6. 16€. Nota: Identificação das variáveis: a (número de amigos); q (quantia, em euros, correspondente ao preço da refeição). O seguinte sistema permite resolver o problema:

$$\begin{cases} 14a=q-24 \\ 17a=q+12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a+24=q \\ 17a-12=q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a+24=17a-12 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=12 \\ \_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=12 \\ 17\times12-12=q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=12 \\ q=192 \end{cases}$$

Preço por pessoa $=192\div12=16$€, logo cada amigo deverá pagar 16 euros.

7.1. A constante de proporcionalidade é 2400 e representa o peso, em gramas, de amêndoas compradas pela avó da Inês na chocolataria.

7.2. $s=\dfrac{2400}{p}$ ou $s\times p=2400$ ou $p=\dfrac{2400}{s}$.

7.3. $p(\text{amêndoa não ser chocolate})=\dfrac{7}{15}$.

8.1. (A).

8.2. $A\hat{F}B=126^\circ$. Nota: $A\hat{F}B=\dfrac{\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{DE}}{2}=\dfrac{180^\circ+72^\circ}{2}=126^\circ$ (ângulo excêntrico com o vértice no interior da circunferência); $\overset{\frown}{DE}=\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$.

8.3. $\left(10+\dfrac{10}{3}\pi\right)cm$. Nota: Como o triângulo $[ACO]$ é equilátero e o seu perímetro é 15 podemos concluir que $\overline{AO}=15\div 3=5$. Logo o raio da circunferência é $5\,cm$ e como tal $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=5\,cm$

Determinar o comprimento do arco menor BC:

$P_{\odot}=2\pi\times 5=10\pi$ e $\overset{\frown}{BC}=180^\circ-60^\circ=120^\circ$. Logo, o comprimento do arco BC é $\dfrac{10\pi\times 120^\circ}{360^\circ}=\dfrac{10}{3}\pi$.

O perímetro da região a sombreado é $\left(10+\dfrac{10}{3}\pi\right)cm$.

8.4. Como $\overset{\frown}{BD}=180^\circ-50^\circ=130^\circ$, a amplitude da rotação pode ser 130° ou -230° .

9. (B). Nota: a função representada é simétrica relativamente ao eixo das ordenadas, logo objetos simétricos têm a mesma imagem.

10.1. (C). Nota: o perímetro de $[ABF]$ é metade do perímetro de $[DLJ]$.

10.2. D

10.3. (B).