SOLUÇÕES

1.1. $\left]-65,\frac{\pi}{9}\right]$. Nota: o termo geral é $\left]-\left(n^2+1\right),\frac{\pi}{n+1}\right]$.

1.2. $a=-226$. Nota: se $n=15$ então o termo é $\left]-\left(15^2+1\right),\frac{\pi}{15+1}\right]$.

1.3. $\{-1;0;1\}$.

2. $S=\left\{-2,\frac{1}{6}\right\}$. Nota: a forma canónica desta equação é $6x^2+11x-2=0$.

3.1. $\angle BGE=30,5°$. Nota: $\angle BFE=8°$ logo $\overset{\frown}{BE}=16°$; $\angle CFE=\frac{\overset{\frown}{AF}+\overset{\frown}{BE}}{2}=\frac{45°+16°}{2}=30,5°$ (ângulo excêntrico com o vértice no interior da circunferência).

3.2. 28. Nota: $P_{\odot}=8\pi \Leftrightarrow 2\pi r=8\pi \Leftrightarrow r=4$; $\overline{AG}=6$; $tg30°=\frac{\overline{AD}}{\overline{AG}} \Leftrightarrow \overline{AD}=6tg30°$; $A_{[ABCD]}=8\times 6tg30°\simeq 28$.

3.3. (C).

3.4. $-135°$ ou $225°$. Nota: $\overset{\frown}{AF}=45°$ logo $\overset{\frown}{BAF}=180°+45°=225°$.

4. $(x,y)=\left(-\frac{1}{3},-2\right)$. Nota: a forma canónica deste sistema é $\begin{cases}9x-4y=5\\6x+y=-4\end{cases}$.

5. $S=\left]-\frac{1}{8},+\infty\right[$. Nota: $\frac{3}{2}-\frac{2(4-3x)}{5}<2x \Leftrightarrow \frac{3}{2}-\frac{8-6x}{5}<2x \Leftrightarrow 15-16+12x<20x \Leftrightarrow -8x<1 \Leftrightarrow x>-\frac{1}{8}$.

6. (C). Nota: $(\pi-2x)^2-\pi^2=3x^2 \Leftrightarrow \pi^2-4\pi x+4x^2-\pi^2=3x^2 \Leftrightarrow x^2-4\pi x=0$.

7.1. 6. Nota: $\overline{x}=7,8 \Leftrightarrow \frac{3\times1+8\times3+7\times5+8\times(a+2)+10\times12+12\times12}{44+a}=7,8 \Leftrightarrow \frac{342+8a}{44+a}=7,8$
$\Leftrightarrow 342+8a=343,2+7,8a \Leftrightarrow a=6$.

7.2. 9. Nota: $\frac{8+10}{2}=9$.

7.3. $\frac{5}{9}$. Nota: $p=\frac{2+5+3}{2+5+3+1+3+4}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$.

8. (B). Nota: $(-a)^{14}\times\left(-b^2\right)^7=a^{14}\times\left(-b^{14}\right)=-(a\times b)^{14}=-c^{14}$.

9. $k\in\left]9,+\infty\right[$. Nota: $(3-2x)^2+k=9 \Leftrightarrow 4x^2-12x+k=0$ como se pretende que a equação não tenha soluções reais então $\Delta<0$, ou seja, $144-16k<0 \Leftrightarrow k>9$.

10.1. 25 embalagens de $33cl$. Nota: Considera $x\to$ n.º de embalagens de $25cl$ e $y\to$ n.º de embalagens de $33cl$, o sistema $\begin{cases}25x+33y=1500\\x=y+2\end{cases}$ (em cl, repara que $15l=1500cl$) ou $\begin{cases}0,25x+0,33y=15\\x=y+2\end{cases}$ (em l) permite chegar à solução: $(x,y)=(27,25)$.

10.2.1. (C).

10.2.2. 20 familiares. Nota: $k=12\times50=600$; $600\div30=20$.

11. (D). Nota: $\left(\sqrt{3}-1\right)^2=3-2\sqrt{3}+1=4-2\sqrt{3}$.

12. (D).

13.1. O perímetro do triângulo $[ABE]$ é $18+2\sqrt{117}$. Nota: O ponto B tem ordenada 6, ou seja, $B(0,6)$. Dado que o ponto A tem ordenada nula e pertence à função g tem de verificar a sua expressão algébrica, substituindo obtemos

$0=\frac{2}{3}x+6 \Leftrightarrow x=-9$, ou seja, $A(-9,0)$. Deste modo $E(9,0)$ dado que é o simétrico de A em relação ao eixo das ordenadas. Pelo Teorema de Pitágoras conclui-se que $\overline{AB}=\sqrt{117}$, como tal $P_{[ABE]}=2\times\overline{AO}+2\times\overline{AB}=18+2\sqrt{117}$.

13.2. $f(x)=\frac{24}{x}$. Nota: $\overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{OB}=\frac{1}{3}\times 6=2$, logo $C(0,8)$, como o ponto D tem ordenada igual à do ponto C concluímos que $D(x,8)$. A função f representada é do tipo $y=\frac{k}{x}$. Dado que D pertence ao gráfico da função g tem de verificar a sua expressão algébrica, substituindo obtemos $8=\frac{2}{3}x+6 \Leftrightarrow x=3$, ou seja, $D(3,8)$. Como o ponto $D(3,8)$ pertence ao gráfico da função f tem de satisfazer a sua expressão algébrica, substituindo obtemos $8\times 3=k \Leftrightarrow k=24$, ou seja, $f(x)=\frac{24}{x}$.

13.3. 34°. Nota: $tg\alpha=\frac{\overline{BO}}{\overline{AO}} \Leftrightarrow tg\alpha=\frac{6}{9} \Leftrightarrow \alpha=tg^{-1}\left(\frac{6}{9}\right)$.

14. (D).

15.1. Por exemplo, IK.

15.2. $\overline{BK}=3\,cm$. Nota: $V_{sólido}=168 \Leftrightarrow V_{[ABCDEFGH]}+V_{[BCIJKL]}=168 \Leftrightarrow \overline{AB}\times\overline{BC}\times\overline{BF}+\frac{\overline{BI}\times\overline{BK}}{2}\times\overline{BC}=168 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 16\times 3\overline{BK}+\frac{4\times\overline{BK}}{2}\times 4=168 \Leftrightarrow \overline{BK}=3$. Repara que $\overline{BF}=3\overline{BK}$.

15.3. (A).

15.4. 56°. Nota: $tg\alpha=\frac{\overline{BK}}{\overline{BI}} \Leftrightarrow tg\alpha=\frac{6}{4} \Leftrightarrow \alpha=tg^{-1}\left(\frac{6}{4}\right)$.

15.5. $\frac{7}{12}$. Nota: Pode-se resolver recorrendo a uma tabela de dupla entrada.

	E	F	G	H
B	B,E	B,F	B,G	B,H
I	I,E	I,F	I,G	I,H
K	K,E	K,F	K,G	K,H

16. $(1-2\cos\alpha)(1+2\cos\alpha)-4sen^2\alpha=1-4\cos^2\alpha-4sen^2\alpha=1-4(\cos^2\alpha+sen^2\alpha)=1-4\times 1=-3$.

17.1. $2+\sqrt{18}$. Nota: Pelo Teorema de Pitágoras, $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2=3^2+3^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2=18 \Leftrightarrow \overline{AC}=\pm\sqrt{18}$ $\Rightarrow \overline{AC}=\sqrt{18}$ porque se trata de um comprimento.

17.2. (B). Nota: $H\left(2-\sqrt{18},0\right)$.

17.3. (C). Nota: $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{GB}$.

18.1. $\angle BFC=30^{\circ}$. Nota: $\angle BFC=\frac{\overset{\frown}{BC}-\overset{\frown}{DE}}{2}=\frac{90^{\circ}-30^{\circ}}{2}=30^{\circ}$ (ângulo excêntrico com o vértice no exterior da circunferência).

18.2. $4\pi-8$. Nota: Pelo Teorema de Pitágoras, $\overline{BC}^2=\overline{BO}^2+\overline{CO}^2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{32}\right)^2=r^2+r^2 \Leftrightarrow 2r^2=32 \Leftrightarrow r^2=16$ $\Leftrightarrow r=\pm 4 \Rightarrow r=4$ porque se trata de um comprimento.

$A_{Sombreada}=\frac{A_{\odot}}{4}-A_{[BCO]}=\frac{16\pi}{4}-\frac{4\times 4}{2}=4\pi-8$.

19. 42%. Nota: Pode-se resolver recorrendo a uma tabela.

	Português	Estrangeiro	TOTAL
Rapaz	15%	33%	48%
Rapariga	10%	42%	52%
TOTAL	25%	75%	100%

20.1. $f(x)=\frac{1}{3}x^2$. Nota: a função quadrática representada é do tipo $y=ax^2$. Como $[ABCD]$ é um quadrado de área 9 então o ponto B tem coordenadas $(3,3)$ e uma vez que pertence ao seu gráfico de f tem de satisfazer a sua expressão algébrica, substituindo obtemos $3=a\times 3^2 \Leftrightarrow a=\frac{1}{3}$, ou seja, $f(x)=\frac{1}{3}x^2$.

20.2. (D). Nota: analisando a Figura 6 conclui-se que a concavidade da parábola está voltada para cima, logo não existe nenhum objeto cuja imagem por f seja um número negativo.

21. (D). Nota: analisando a Figura 7 conclui-se que o valor de a tem de ser negativo dado que a concavidade da parábola está voltada para baixo ($a=-2$), além disso a reta tem declive negativo ($m=-1$) e ordenada na origem negativa ($b=-2$).