SOLUÇÕES

1. (C). **2.** (A). Nota: $\left(a-2x\right)^2-4x\left(2x-a\right)=a^2-4ax+4x^2-8x^2+4ax=a^2-4x^2$.

3.1. A área do trapézio $\left[ACE\right]$ é 22. Nota: O ponto C tem ordenada 3, ou seja, $C\left(0,3\right)$. Dado que o ponto A é um dos pontos de interseção dos gráficos das funções f e g então temos de resolver a equação $f(x)=g(x)\Leftrightarrow \frac{x^2}{2}=-\frac{5}{4}x+3\Leftrightarrow x=-4\vee x=\frac{3}{2}$. Como a abcissa do ponto A é negativa temos $A\left(-4,f(-4)\right)$, ou seja, $A\left(-4,8\right)$. O ponto E tem coordenadas $\left(-4,0\right)$. Então $A_{[ACOE]}=\frac{\overline{AE}+\overline{CO}}{2}\times\overline{OE}=22$.

3.2. $S=\left]-\infty;\frac{10}{11}\right]$. Nota: $g(x)-\frac{1}{2}\left(3x-1\right)\geq 1\Leftrightarrow -\frac{5}{4}x+3-\frac{3x}{2}+\frac{1}{2}\geq 1\Leftrightarrow -11x\geq -10\Leftrightarrow x\leq 10$.

4.1. A razão de semelhança que transforma $\left[CFG\right]$ em $\left[AEF\right]$ é $2,25$. Nota: $r=\frac{\overline{EF}}{\overline{GF}}=\frac{5,4}{2,4}=2,25$.

4.2. $37°$. Nota: $tg\alpha=\frac{\overline{GC}}{\overline{GF}}\Leftrightarrow tg\alpha=\frac{1,8}{2,4}\Leftrightarrow \alpha=tg^{-1}\left(\frac{1,8}{2,4}\right)$. **4.3.** O valor da área da região não sombreada do retângulo $\left[ABCD\right]$ é $32,535$. Nota: a área de $\left[CFG\right]$ é $2,16$. Como os triângulos $\left[CFG\right]$ e $\left[AEF\right]$ são semelhantes $\overline{AE}=4,05$, a área de $\left[AEF\right]$ é $10,935$. $A_{Pedida}=A_{[ABCD]}-A_{[CFG]}-A_{[AEF]}=32,535$.

5. (C). Nota: $\frac{\left(-\frac{1}{a^b}\right)^4}{a^{2b}}=\frac{\left(-a^{-b}\right)^4}{a^{2b}}=\frac{a^{-4b}}{a^{2b}}=a^{-4b}\div a^{2b}=a^{-6b}=\left(a^{2b}\right)^{-3}=x^{-3}=\frac{1}{x^3}$.

6.1. $g\left(x\right)=3x^2$. Nota: a função g representada é uma função quadrática logo a sua expressão algébrica é do tipo $y=ax^2$, como o ponto $\left(2,12\right)$ pertence ao gráfico da função g tem de verificar a sua expressão algébrica, substituindo obtemos $12=a\times 2^2\Leftrightarrow a=3$, ou seja, $g\left(x\right)=3x^2$.

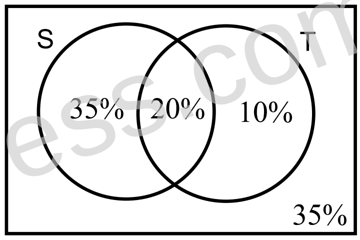
6.2. $10+\sqrt{52}$. Nota: a função f representada é do tipo $y=\frac{k}{x}$, como o ponto $\left(2,12\right)$ pertence ao gráfico da função g tem de verificar a sua expressão algébrica, substituindo obtemos $12=\frac{k}{2}\Leftrightarrow k=24$, ou seja, $f\left(x\right)=\frac{24}{x}$. Como o ponto C pertence ao gráfico da função f e a sua ordenada é 4 substituindo na sua expressão algébrica obtemos $4=\frac{24}{x}\Leftrightarrow x=6$. Logo as coordenadas do ponto C são $\left(6,4\right)$. Pelo Teorema de Pitágoras temos $\overline{OC}^2=\overline{OB}^2+\overline{BC}^2\Leftrightarrow(...)\Rightarrow\overline{OC}=\sqrt{52}$. Conclui-se que $P_{[BCO]}=10+\sqrt{52}$.

7. (C). Nota: $\left\{71240;71420;74120;74210;72140;72410\right\}$.

8.1. $\angle BHA=30°$. Nota: $\angle AOB=60°$ logo $\overset{\frown}{AB}=60°$ e $\overset{\frown}{BD}=2\times 60°=120°$; $\angle BHA=\frac{\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{AB}}{2}=\frac{120°-60°}{2}=$ $=30°$ (ângulo excêntrico com o vértice no exterior da circunferência).

8.2. A área de $\left[EFGO\right]$ é $17,99$. Nota: como $\left[ABCD\right]$ é parte de um hexágono regular $\overline{AB}=\overline{AO}$. Então $\overline{AO}=25\div 5=5$. Decompondo o trapézio num triângulo retângulo e num retângulo e recorrendo à trigonometria verificamos que $\overline{FG}=5sen35°$ e $\overline{EF}=\overline{OG}+5\cos 35°$. Assim podemos concluir que $A_{[EFGO]}=\frac{\overline{OG}+\overline{EF}}{2}\times\overline{FG}=\frac{\left(3+3+5\cos 53°\right)}{2}\times 5sen53°=17,99$.

8.3. $173°$ ou $-187°$. <u>Nota:</u> como $[EFGO]$ é um trapézio retângulo $\angle EOG = 360° - 53° - 2\times 90° = 127°$ e $\overset{\frown}{DE} = 180° - 127° = 53°$ logo $\overset{\frown}{BDE} = 2\times 60° + 53° = 173°$.



8.4. (B).

9.1. 35%. <u>Nota:</u> podes organizar os dados recorrendo a um Diagrama de Venn.

9.2. 12 smartphones. <u>Nota:</u> Considera $s \rightarrow$ n.º de smartphones e $t \rightarrow$ n.º de tablets, o sistema $\begin{cases} 180s + 320t = 3760 \\ s = 2t + 2 \end{cases}$ permite chegar à solução: $(s,t) = (12,5)$.

10.1. $103\,kg$. <u>Nota:</u> $\overline{x} = \dfrac{85\times 3 + 110 + 150}{5} = 103$.

10.2. 120 euros. <u>Nota:</u> as variáveis x (número de pessoas) e v (valor, em euros, que cada uma das pessoas paga) são variáveis inversamente proporcionais logo $15\times x = 20\times(x-2)$. Resolvendo a equação concluímos que $x = 8$. Então o custo, em euros, do jantar é $8\times 15 = 120$ euros.

11.1. 520 bilhetes. <u>Nota:</u> substituindo t por 0 na expressão dada temos $N = 520 - 26\times 0 = 520$.

11.2. Número de bilhetes que se vendem por hora.

11.3. 2 de julho. <u>Nota:</u> substituindo N por 0 na expressão dada temos $0 = 520 - 26t \Leftrightarrow t = 20$.

12. A área de $[ABED]$ é $31,2$. <u>Nota:</u> como a área do retângulo $[CDEF]$ é $7,8$ e $\overline{CD} = 3$ então $\overline{DE} = 2,6$. Os triângulos $[CDE]$ e $[ABC]$ são semelhantes e a razão de semelhança que transforma $[CDE]$ em $[ABC]$ é 3. Logo $\overline{AB} = 2,6\times 3 = 7,8$. $A_{[ABDE]} = \dfrac{\overline{AB} + \overline{DE}}{2} \times \overline{DA} = 31,2$.

13. $S = \left\{\left(3; -\dfrac{1}{5}\right)\right\}$. <u>Nota:</u> o sistema dado na forma canónica $\begin{cases} 2x - 5y = 7 \\ 4x + 5y = 11 \end{cases}$.

14. $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

15. $S = \{-1; 4\}$. <u>Nota:</u> $x(11x-6) - (3x-1)(3x+1) = 9 \Leftrightarrow 11x^2 - 6x - (9x^2 - 1) = 9 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0$.

16. (D).

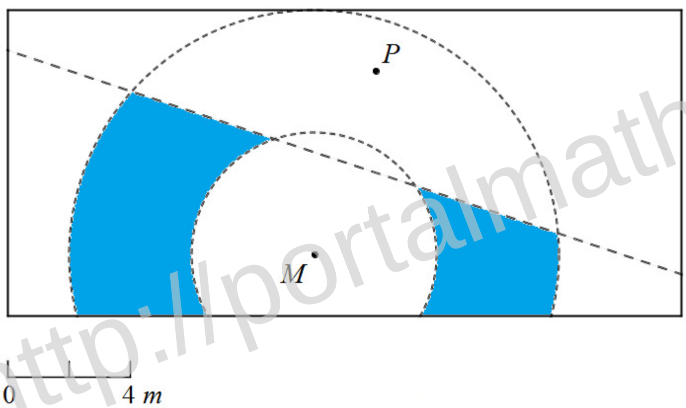
17. (D). <u>Nota:</u> $\left(3-\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right) = 9 - 6\sqrt{2} + 2 - (5-4) = 11 - 6\sqrt{2} - 1 = 10 - 6\sqrt{2}$.

18. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$. <u>Nota:</u> como $sen\,\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ aplicando a Fórmula Fundamental da Trigonometria temos $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2\alpha = 1 - \dfrac{4}{9} \Leftrightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

19.1. $\left\{\sqrt{0,81}; \sqrt[3]{64}; \dfrac{\pi}{17}\right\}$. <u>Nota:</u> podes facilmente determinar todos os termos da sequência até ao oitavo termo.

19.2. $\left\{\sqrt[3]{9}; \dfrac{\pi}{7}\right\}$.

20.



21.1. A razão de semelhança é $\frac{8}{3}$. <u>Nota:</u> $\overline{AC}=3$; $A_{\odot}=16\pi \Leftrightarrow \pi r^2=16\pi \Leftrightarrow r=4$; $\overline{AB}=8$. Logo $r=\frac{4}{1,5}=\frac{8}{3}$.

21.2. O valor da área a sombreado é $13,75\pi$. <u>Nota:</u> $A_{Sombreado}=16\pi-\left(\frac{3}{2}\right)^2\pi=13,75\pi$.

21.3. (C).

21.4. $A_{[DEF]}\simeq 15,04$. <u>Nota:</u> como o ângulo EFD é um ângulo inscrito numa semicircunferência é reto. Sabe-se que $\overline{DE}=8$ e recorrendo à trigonometria concluímos que $\overline{DF}=8sen35°$ e $\overline{EF}=8\cos 35°$. Deste modo, obtemos $A_{[DEF]}=\frac{\overline{DF}\times\overline{EF}}{2}=\frac{8sen35°\times 8\cos 35°}{2}\simeq 15,04$.