

---

Teste Intermédio  
**Matemática A**

---

Critérios de Classificação (**Versão 2**)

---

11.03.2014

---

**11.º Ano de Escolaridade**

---

**COTAÇÕES**

**GRUPO I**

1. ....	10 pontos
2. ....	10 pontos
3. ....	10 pontos
4. ....	10 pontos
5. ....	10 pontos
	<hr/>
	<b>50 pontos</b>

**GRUPO II**

1.		
1.1. ....	20 pontos	
1.2. ....	15 pontos	
1.3. ....	15 pontos	
2.		
2.1. ....	20 pontos	
2.2. ....	20 pontos	
3.		
3.1. ....	10 pontos	
3.2. ....	15 pontos	
3.3. ....	20 pontos	
4. ....	15 pontos	
	<hr/>	
		<b>150 pontos</b>
	<hr/>	
<b>TOTAL</b> .....		<b>200 pontos</b>

---

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

A ausência de indicação inequívoca da versão do teste implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens de escolha múltipla.

As respostas ilegíveis são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

### **Itens de seleção**

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

### **Itens de construção**

Nos itens de resposta restrita, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação. A classificação da resposta corresponde à pontuação do nível de desempenho em que foi enquadrada ou à soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas, à qual podem ser subtraídos pontos de acordo com os critérios de desvalorização definidos.

As respostas aos itens cujos critérios de classificação se encontram organizados por níveis de desempenho que não atinjam o nível 1 são classificadas com zero pontos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A classificação da resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às diferentes etapas, à qual se subtrai, eventualmente, um, dois, três ou quatro pontos, de acordo com o previsto nas situações 14, 20 e 21.
2. Etapa cujo critério se apresenta organizado por passos.	A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações atribuídas aos diferentes passos.
3. Item ou etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.  Ao total de pontos atribuídos subtrai-se, eventualmente, um ou dois pontos se ocorrer um erro ocasional num cálculo, ou se se utilizar simbologia ou expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução, desde que enquadrado pelo programa da disciplina*.  No caso de o processo de resolução ser aceite, o critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas** percorridas. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [exemplos: «sem recorrer à calculadora gráfica», «recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
6. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
7. Ausência de apresentação dos cálculos ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa.	A etapa e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
8. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, atribui-se a pontuação prevista.  Caso contrário, a etapa e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.

\* A título de exemplo, faz-se notar que **não** são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da regra de Cauchy, da regra de L'Hôpital ou de resultados da teoria de matrizes.

\*\* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
9. Transposição incorreta de dados do enunciado que não altera o que se pretende avaliar com o item.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade diminuir, a pontuação máxima a atribuir a esta(s) etapa(s) deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista;</li> <li>– na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade não diminuir, esta(s) deve(m) ser pontuada(s) de acordo com os critérios específicos de classificação.</li> </ul>
10. Transposição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação;</li> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</li> </ul>
11. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação;</li> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</li> </ul>
12. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação;</li> <li>– se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</li> </ul>
13. Resolução incompleta de uma etapa.	<p>Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p>

Situação	Classificação
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fração e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
17. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	À etapa relativa à apresentação do resultado final atribui-se a pontuação prevista.
20. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.
21. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não deve ser desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

### GRUPO I

**1. a 5.** ..... (5 × 10 pontos)..... **50 pontos**

As respostas corretas são as seguintes.

<b>Itens</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Respostas</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>A</b>

### GRUPO II

**1.1.** ..... **20 pontos**

Escrever  $f(x) < \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{3x-4}{1-x} < \frac{1}{x-2}$  ..... 1 ponto

Escrever  $\frac{3x-4}{1-x} < \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{3x-4}{1-x} - \frac{1}{x-2} < 0$  ..... 1 ponto

Escrever  $\frac{3x-4}{1-x} - \frac{1}{x-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{(3x-4)(x-2)-(1-x)}{(1-x)(x-2)} < 0$  ..... 2 pontos

Escrever  $\frac{(3x-4)(x-2)-(1-x)}{(1-x)(x-2)} < 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2-9x+7}{(1-x)(x-2)} < 0$  ..... 4 pontos

Reconhecer que o numerador não tem zeros ..... 2 pontos

Elaborar um quadro de sinais (ou equivalente) (**ver nota 1**) ..... 6 pontos

Apresentar o conjunto solução (**ver nota 2**) ..... 4 pontos

**Notas:**

1. A apresentação de um quadro de sinais com  $x \in ]-\infty, +\infty[$  não implica qualquer desvalorização nesta etapa.
2. Se a condição  $x \in ]1, +\infty[$  não for considerada na resposta, a pontuação máxima a atribuir, nesta etapa, é 2 pontos.

**1.2.** ..... **15 pontos**

Reconhecer que  $(g \circ f)(-3) = g(f(-3))$  ..... 4 pontos

Escrever  $(g \circ f)(-3) = 14 \Leftrightarrow g(f(-3)) = 14$  ..... 1 ponto

Calcular  $f(-3)$  ..... 4 pontos

Escrever  $g(-5) = 14$  ..... 1 ponto

Obter a equação  $-5k + 4 = 14$  ..... 3 pontos

Obter o valor de  $k$  ..... 2 pontos

**1.3. .... 15 pontos**

- Reproduzir uma parte do gráfico da função  $f$  que permita responder ao problema ..... 5 pontos
- Assinalar o ponto de abcissa 1 e indicar a sua ordenada ..... (1 + 1) ..... 2 pontos
- Representar as assíntotas ..... (1 + 1) ..... 2 pontos
- Assinalar o ponto de coordenadas  $(-3, -5)$  ..... 2 pontos
- Apresentar o contradomínio (**ver nota**) ..... 4 pontos

**Nota** – Se a resposta incluir/excluir indevidamente algum extremo dos intervalos, a pontuação máxima a atribuir, nesta etapa, é 3 pontos.

**2.1. .... 20 pontos**

- Reconhecer que a área pedida é igual à soma da área do triângulo  $[OAQ]$  com a área do pentágono  $[OABCP]$  ..... 2 pontos
- Escrever  $\text{sen } x = \frac{\overline{QR}}{\overline{OQ}}$  ..... 3 pontos
- Concluir que  $\overline{QR} = \text{sen } x$  ..... 2 pontos
- Concluir que a área do triângulo  $[OAQ]$  é dada por  $\frac{\text{sen } x}{2}$  ..... 3 pontos
- Escrever  $\text{tg } x = \frac{\overline{DP}}{\overline{OD}}$  ..... 3 pontos
- Concluir que  $\overline{DP} = \text{tg } x$  ..... 2 pontos
- Concluir que a área do pentágono  $[OABCP]$  é dada por  $2 - \frac{\text{tg } x}{2}$  ..... 5 pontos

**2.2. .... 20 pontos**

- Reconhecer que  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\text{sen } x$  (**ver nota**) ..... 4 pontos
- Obter  $\text{sen } x$  ..... 1 ponto
- Obter  $\cos x$  ..... 7 pontos
- Escrever  $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$  (ou equivalente) ..... 1 ponto
- Escrever  $\frac{9}{25} + \cos^2 x = 1$  (ou equivalente) ..... 1 ponto
- Obter  $\cos^2 x$  ..... 2 pontos
- Determinar  $\cos x$  ..... 3 pontos
- Obter  $\text{tg } x$  ..... 4 pontos
- Escrever  $\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x}$  ou escrever  $1 + \text{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$  ..... 2 pontos
- Determinar  $\text{tg } x$  ..... 2 pontos
- Obter a área pedida ..... 4 pontos

**Nota** – Caso a conclusão seja  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \text{sen } x$ , a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

**3.1. .... 10 pontos**

- Identificar o vetor de coordenadas  $(1, 2, 1)$  como um vetor normal ao plano  $ABC$  ..... 2 pontos
- Escrever a equação  $x + 2y + z = d$  (ou equivalente) ..... 4 pontos
- Determinar o valor de  $d$  ..... 2 pontos
- Escrever uma equação cartesiana do plano ..... 2 pontos

**3.2. .... 15 pontos**

- Determinar as coordenadas dos pontos  $A, B$  e  $C$  ..... (2 + 2 + 2) ..... 6 pontos
- Determinar as coordenadas do ponto  $M$  ..... 3 pontos
- Determinar as coordenadas de um vetor diretor da reta  $MA$  ..... 2 pontos
- Escrever uma condição cartesiana da reta  $MA$  ..... 4 pontos

**3.3. .... 20 pontos**

- Identificar o vetor de coordenadas  $(1, 2, 1)$  como um vetor normal ao plano  $ABC$  ..... 2 pontos
- Escrever uma condição que defina a reta que passa no ponto  $O$  e é perpendicular ao plano  $ABC$  ..... 4 pontos
- Determinar as coordenadas do ponto  $P$  ..... 7 pontos
- Obter  $\overline{OP}$  ..... 4 pontos
- Obter o volume da esfera ..... 3 pontos

**4. .... 15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Escrever  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = \|\overrightarrow{AC}\| \times \|\overrightarrow{AM}\| \times \cos(\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AM})$  ..... 3 pontos
- Reconhecer que  $\|\overrightarrow{AM}\| = \frac{\sqrt{3}}{2}b$  ..... 5 pontos
- Reconhecer que  $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AM} = 30^\circ$  ..... 2 pontos
- Escrever  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = b \times \frac{\sqrt{3}}{2}b \times \cos 30^\circ$  ..... 1 ponto
- Concluir que  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = \frac{3b^2}{4}$  ..... 4 pontos

**2.º Processo**

- Escrever  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}$  ..... 2 pontos
- Escrever  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{AM}$  ..... 1 ponto
- Escrever  $(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AM}$  ..... 2 pontos



Escrever $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AM} = \ \overrightarrow{AM}\ ^2$ .....	2 pontos
Reconhecer que $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$ .....	1 ponto
Concluir que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = \ \overrightarrow{AM}\ ^2$ .....	1 ponto
Reconhecer que $\ \overrightarrow{AM}\  = \frac{\sqrt{3}}{2}b$ .....	5 pontos
Concluir que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = \frac{3b^2}{4}$ .....	1 ponto

### 3.º Processo

Escrever $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}$ .....	2 pontos
Escrever $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM})$ .....	1 ponto
Escrever $\overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CM}$ .....	2 pontos
Escrever $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = b^2$ .....	2 pontos
Obter $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CM}$ .....	7 pontos

Escrever  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CM}$  ..... 1 ponto

Escrever  $-\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CM} = -\|\overrightarrow{CA}\| \times \|\overrightarrow{CM}\| \times \cos(\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{CM})$  ..... 2 pontos

Reconhecer que  $\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{CM} = 60^\circ$  ..... 1 ponto

Escrever  $-\|\overrightarrow{CA}\| \times \|\overrightarrow{CM}\| \times \cos(\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{CM}) = -b \times \frac{b}{2} \times \cos 60^\circ$  1 ponto

Escrever  $-b \times \frac{b}{2} \times \cos 60^\circ = -\frac{b^2}{4}$  ..... 2 pontos

OU

Escrever  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CM} = \|\overrightarrow{AC}\| \times \|\overrightarrow{CM}\| \times \cos(\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{CM})$  ..... 2 pontos

Reconhecer que  $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{CM} = 120^\circ$  ..... 2 pontos

Escrever  $\|\overrightarrow{AC}\| \times \|\overrightarrow{CM}\| \times \cos(\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{CM}) = b \times \frac{b}{2} \times \cos 120^\circ$  1 ponto

Escrever  $b \times \frac{b}{2} \times \cos 120^\circ = -\frac{b^2}{4}$  ..... 2 pontos

Concluir o pretendido ..... 1 ponto